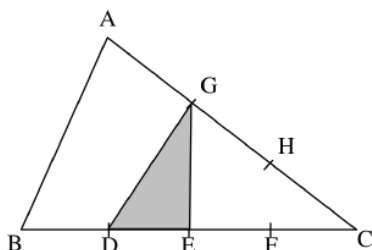


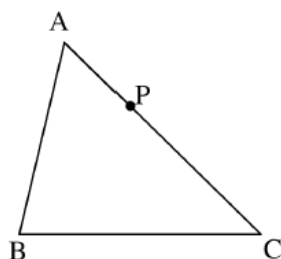
Coordenação de Matemática – Prof. André Costa

Lista de Problemas – Módulo 1 – Geometria

1. O triângulo ABC da figura abaixo tem área igual a 30. O lado BC está dividido em quatro partes iguais, pelos pontos D, E e F, e o lado AC está dividido em três partes iguais pelos pontos G e H. Qual é a área do triângulo GDE?



2. É dado um triângulo ABC e um ponto P do lado AC mais próximo de A que de C. Traçar uma reta por P que divida o triângulo ABC em duas partes de mesma área.



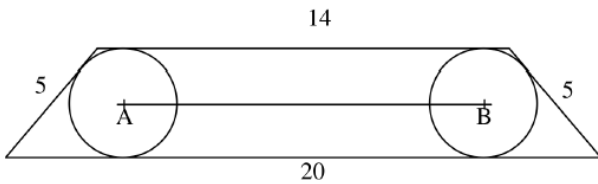
3. Em algum momento, na primeira metade do século passado, uma pessoa chamada Afrânio tinha um valioso terreno desocupado, perto do centro da cidade do Rio de Janeiro. Com a urbanização da cidade, ruas novas foram abertas e o terreno de Afrânio ficou reduzido a um triângulo ABC, retângulo em B, ainda de grande valor, pois o lado AB media 156 metros. Pois bem, Afrânio morreu e em seu testamento os advogados encontraram as instruções para dividir o terreno “igualmente” entre seus dois filhos. Era assim: “um muro deve ser construído perpendicularmente ao lado AB, de forma que os dois terrenos resultantes da divisão tenham mesmo valor; o que tem a forma de um trapézio será do meu filho mais velho e o outro será do mais novo”.

Os advogados concluíram que os terrenos deviam ter mesma área, pois o testamento dizia que deveriam ter mesmo valor. Mas não foram capazes de decidir em que posição deveria ficar o muro. Conta meu avô que o episódio ganhou as páginas dos jornais por vários dias, com leitores opinando de diversas maneiras sobre a posição correta do muro. Ele falava e se divertia muito com as opiniões absurdas mas, ao mesmo tempo, me instigava a resolver o problema. E o problema retorna para vocês.

Em que posição, relativamente ao lado AB do terreno, o muro deve ser construído?

4. As medianas de um triângulo dividem esse triângulo em 6 outros triângulos. Mostre que todos têm mesma área.

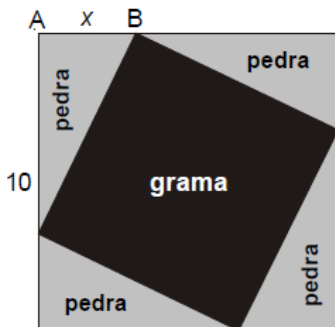
5. A figura a seguir mostra um trapézio com bases medindo 20 cm e 14 cm e com os outros dois lados medindo 5 cm cada um. Duas circunferências com centros A e B são tangentes às bases uma ao lado esquerdo e outra ao lado direito. Qual é o comprimento do segmento AB?



6. O triângulo ABC tem lados medindo 5 cm, 7 cm e 8 cm. Calcule sua área e o raio da circunferência inscrita.

7. No paralelogramo ABCD de área 1, os pontos P, Q e R, nesta ordem, dividem a diagonal AC em quatro partes iguais. Qual é a área do triângulo DPQ?

8. (OBMEP/05 – 2ª fase – N3) Um prefeito quer construir uma praça quadrada de 10 m de lado, que terá quatro canteiros triangulares de pedra e um canteiro quadrado de grama, como na figura. O prefeito ainda não decidiu qual será a área do canteiro de grama, e por isso o comprimento do segmento AB está indicado por x na figura.



(a) Calcule a área do canteiro de grama para $x = 2$.

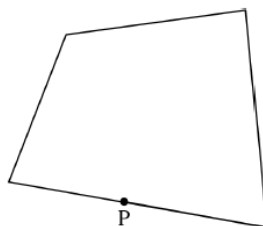
(b) Escreva a expressão da área do canteiro de grama em função de x. Sabe-se que o canteiro de grama custa R\$4,00 por metro quadrado e os canteiros de pedra custam R\$ 3,00 por metro quadrado. Use esta informação para responder aos dois itens a seguir.

(c) Qual a menor quantia que o prefeito deve ter para construir os cinco canteiros?

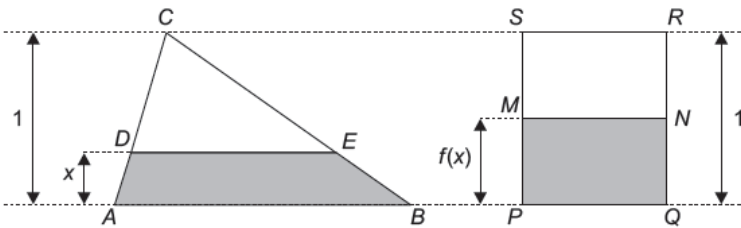
(d) Se o prefeito tem apenas R\$ 358,00 para gastar com os cinco canteiros, qual é a área do maior canteiro de grama que a praça poderá ter?

9. No triângulo ABC de área 1, as medianas BM e CN cortam-se em G. Qual é a área do triângulo GMN?

10. Usando apenas seus instrumentos de desenho, trace por P uma reta que divida o quadrilátero da figura abaixo em duas partes de mesma área.



11. (OBMEP/08 – 2ª fase – N3) Na figura, o triângulo ABC e o retângulo PQRS têm a mesma área e a mesma altura 1. Para cada valor de x entre 0 e 1 desenha-se o trapézio ABED de altura x e depois o retângulo PQNM de área igual à do trapézio, como na figura. Seja f a função que associa a cada x a altura do retângulo PQNM.



- (a) Qual é a razão entre AB e PQ?
 (b) Qual é o valor de $f(1/2)$?
 (c) Ache a expressão de $f(x)$ e desenhe o gráfico de f .

12. (OBMEP/09 – 2ª fase – N3) Dois triângulos retângulos isósceles com catetos de medida 2 são posicionados como mostra a figura 1. A seguir, o triângulo da esquerda é deslocado para a direita. Nas figuras 2 e 3, x indica a distância entre os vértices A e B dos dois triângulos.

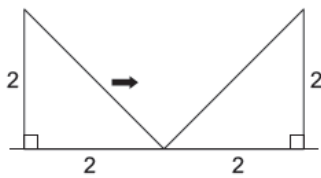


Figura 1

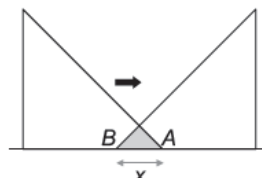


Figura 2

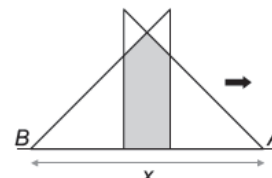
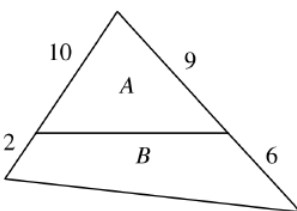


Figura 3

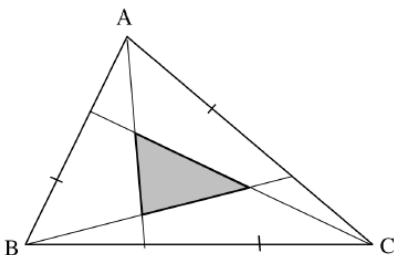
Para cada x no intervalo $[0,4]$, seja $f(x)$ a área da região comum aos dois triângulos (em cinza nas figuras).

- (a) Calcule $f(1)$ e $f(3)$.
 (b) Encontre as expressões de f nos intervalos $[0,2]$ e $[2,4]$ e esboce o seu gráfico.

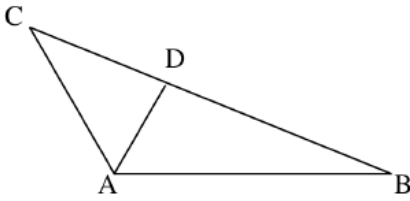
13. Com os dados da figura abaixo, calcule a razão entre as áreas A e B.



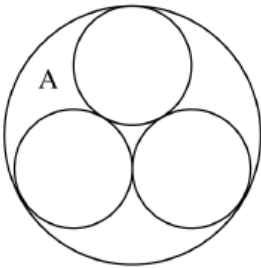
14. O triângulo ABC da figura a seguir tem área igual a 1. Cada um de seus lados foi dividido em três partes iguais. Calcule a área do triângulo sombreado.



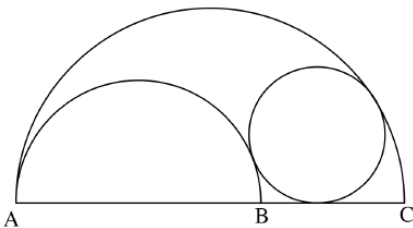
15. Na figura a seguir, os ângulos BAD e DAC são iguais a 60° , $AB = 6$ e $AC = 4$. Quanto mede AD?



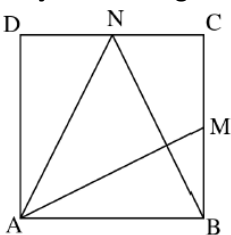
16. A figura a seguir mostra três circunferências de raios iguais a 1, tangentes entre si duas a duas, e uma circunferência maior tangente às três primeiras. Calcule a área da região A.



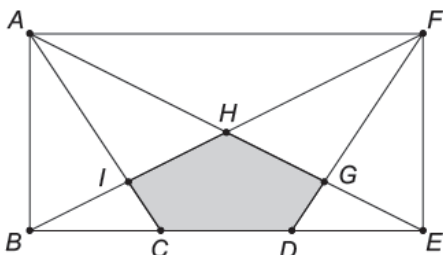
17. A figura abaixo mostra duas semicircunferências de diâmetros $AB=4$ e $AC=6$. Calcule o raio da circunferência que é tangente às duas semicircunferências e ao segmento BC.



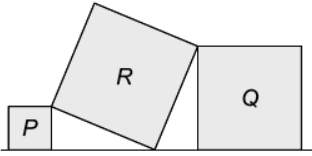
18. Seja ABCD um quadrado de lado 1 e sejam M e N os pontos médios dos lados BC e CD, respectivamente. Traçando os segmentos AM, AN e NB, calcule as áreas das cinco partes em que o quadrado ficou dividido.



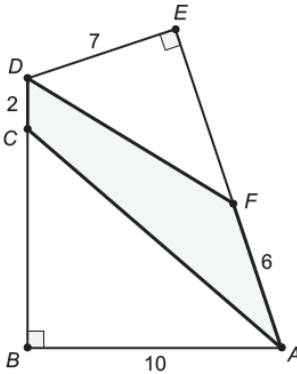
19. (OBMEP/16 – 1ª fase – N3) Na figura, ABEF é um retângulo e $BC=CD=DE$. Qual é a razão entre as áreas do pentágono CDGHI e do retângulo ABEF?



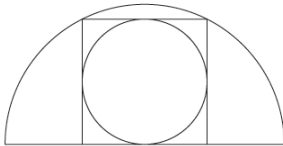
20. (OBMEP/16 –1ª fase – N3) Na figura, as áreas dos quadrados P e R são iguais a 24 cm^2 e 168 cm^2 , respectivamente. Qual é a área do quadrado Q?



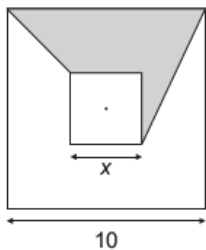
21. (OBMEP/16 –1ª fase – N3) Na figura, os pontos C e F pertencem aos lados BD e AE do quadrilátero ABDE, respectivamente. Os ângulos B e E são retos e os segmentos AB, CD, DE e FA têm suas medidas indicadas na figura. Qual é a área do quadrilátero ACDF?



22. (OBMEP/16 –1ª fase – N3) O quadrado da figura está inscrito no semicírculo e o círculo está inscrito no quadrado. O círculo tem área igual a 10 cm^2 . Qual é a área do semicírculo?



23. (OBMEP/16 –1ª fase – N3) Os quadrados da figura têm lados paralelos e o mesmo centro. O quadrado maior tem lado 10 e o menor tem lado x . Faça um esboço do gráfico que expressa a área da região cinza em função de x ?



24. (OBMEP/16 –1ª fase – N3) Dois triângulos retângulos, ambos com catetos de medidas a e b , com $a > b$, são sobrepostos como na figura. Qual é a área do quadrilátero sombreado?

