



Nome completo do aluno											
Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)											
Complemento (casa, apartamento, bloco)						Bairro					
Cidade						UF		CEP			
Endereço eletrônico (email)								DDD		Telefone	
Assinatura								DDD		Telefone (outro)	

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

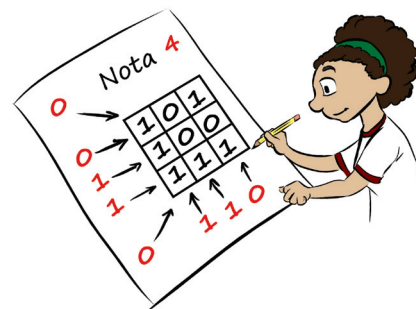
INSTRUÇÕES

- Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 - Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 - Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 - A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
 - A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 - A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 - Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
 - Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
 - Não escreva nos espaços sombreados.
 - Não é permitido:
 - usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).
 O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.
- Boa prova!*

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	1	2	3	4	5	6	Total
	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

(1) Helena brinca com tabuleiros 3×3 , preenchidos com os algarismos 0 ou 1, da seguinte maneira:

- ela atribui o número 0 a cada linha, coluna ou diagonal cuja soma de seus algarismos seja par e o número 1 a cada linha, coluna ou diagonal para a qual essa soma seja ímpar;
- em seguida, ela calcula a *nota* do tabuleiro, que é a soma dos números que ela atribuiu.



Por exemplo, a nota do tabuleiro na ilustração é $0 + 0 + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 + 0 = 4$.

a) Qual é a nota do tabuleiro abaixo?

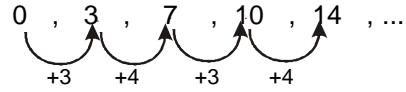
0	0	1
1	1	1
0	0	0

b) Preencha os tabuleiros abaixo de quatro maneiras diferentes e de modo que todos tenham nota 8.

c) Explique por que, quando se troca o número de um dos cantos de um tabuleiro de nota ímpar, sua nota torna-se par.

d) De quantas maneiras diferentes um tabuleiro pode ser preenchido de modo que sua nota seja ímpar?

(2) A seqüência 0, 3, 7, 10, 14, 17, 21, ... é formada a partir do número 0 somando-se alternadamente 3 ou 4 ao termo anterior, isto é: o primeiro termo é 0, o segundo é 3 a mais que o primeiro, o terceiro é 4 a mais que o segundo, o quarto é 3 a mais que o terceiro, o quinto é 4 a mais que o quarto e assim sucessivamente.



a) Escreva os 20 primeiros termos desta seqüência.

b) Qual é o 1000º termo desta seqüência?

c) Algum termo desta seqüência é igual a 2 000? Por quê?

(3) Em um jogo, cada participante recebe um cartão com 4 números distintos de 1 a 20, dispostos em duas linhas e duas colunas. Os números são sucessivamente sorteados de uma caixa que contém 20 bolas idênticas, que foram numeradas de 1 a 20. Ganha o participante cujo cartão for o primeiro a ter sorteados dois números de uma linha ou dois números de uma coluna.

a) Os cartões

1	5
12	3

 e

12	1
3	5

 são equivalentes, porque se um deles ganha o jogo então o outro ganha também.

Descreva todos os cartões equivalentes ao cartão

7	2
9	4

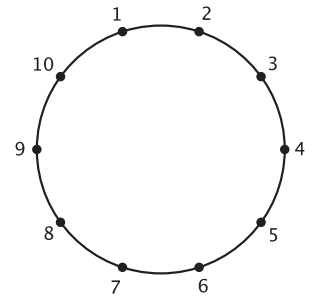
.

b) Qual é a probabilidade de que o cartão

1	5
12	3

 ganhe logo na segunda bola sorteada?

(4) Em uma caixa há 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. O número de cada bola corresponde a um dos pontos da figura, os quais dividem a circunferência em 10 partes iguais. Nos itens a seguir, considere que as bolas são retiradas ao acaso, uma a uma e sem reposição.

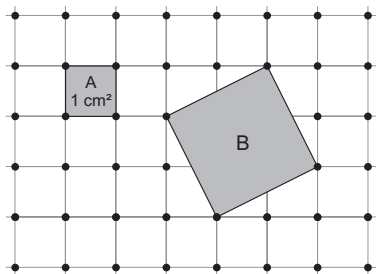


a) Se forem retiradas duas bolas, qual é a probabilidade de que o segmento determinado pelos pontos correspondentes seja um diâmetro da circunferência?

b) Se forem retiradas três bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um triângulo retângulo?

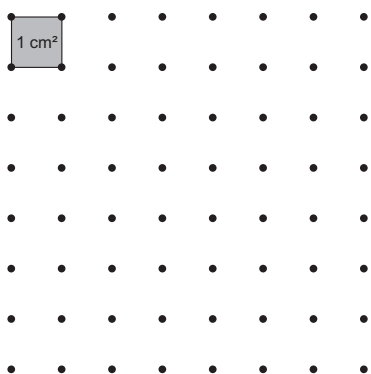
Um ângulo inscrito em uma circunferência é reto se e somente se o arco correspondente é uma semicircunferência.

c) Se forem retiradas quatro bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um retângulo?



(5) Numa folha de papel marcamos pontos igualmente espaçados na horizontal e na vertical, de modo que o quadrado A tenha área 1 cm^2 , como na figura. Dizemos que um quadrado é *legal* se seus vértices são quatro desses pontos; por exemplo, os quadrados A e B são legais.

a) Qual é a área do quadrado B?

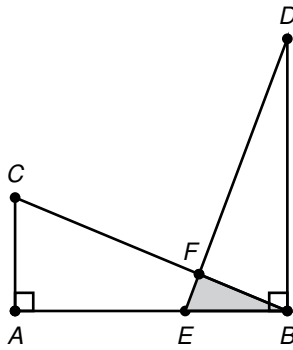


b) Desenhe ao lado um quadrado legal de área 13 cm^2 .

c) Existe um quadrado legal de área 41 cm^2 ? E de área 43 cm^2 ? Justifique sua resposta.

d) Mostre que para cada quadrado legal existe outro quadrado legal com o dobro de sua área.

(6) Na figura, os triângulos ABC e BDE são congruentes e os ângulos \widehat{BAC} e \widehat{DBE} são retos.



a) Ache a razão entre a área do triângulo BDF e a área do quadrilátero $AEFC$.

b) Determine a medida do ângulo \widehat{BFE} .

c) Sabendo que $AB = 12$ e $AC = 5$, calcule a área do triângulo EFB .

RASCUNHO