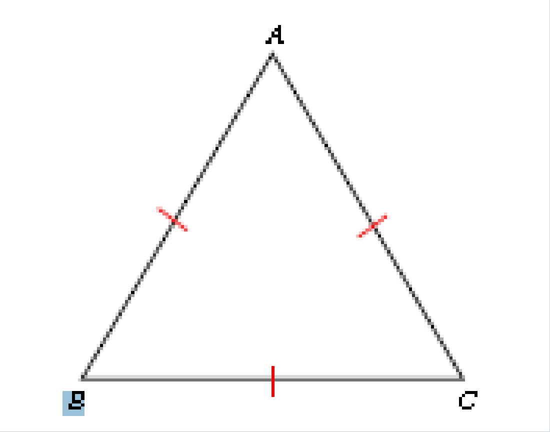
Conferência-Geometria 3

IZABELA MAURA

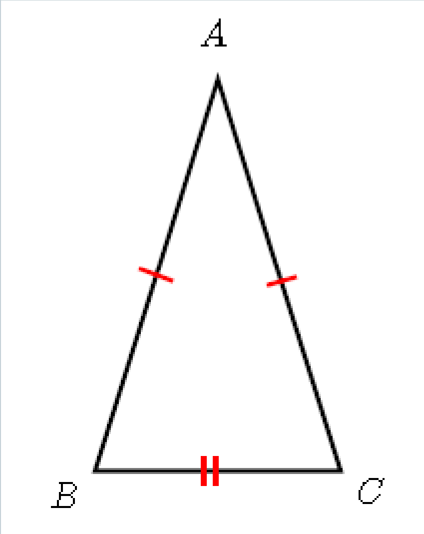
Classificação de Triângulos

- Os triângulos podem ser classificados em relação aos comprimentos de seus lados ou em relação às medidas de seus ângulos internos.

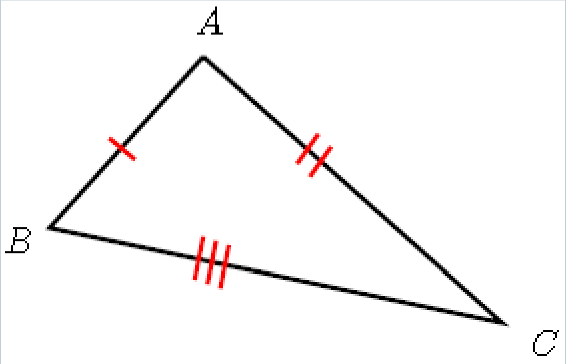
❖ Um triângulo ABC é equilátero se $AB=AC=BC$.



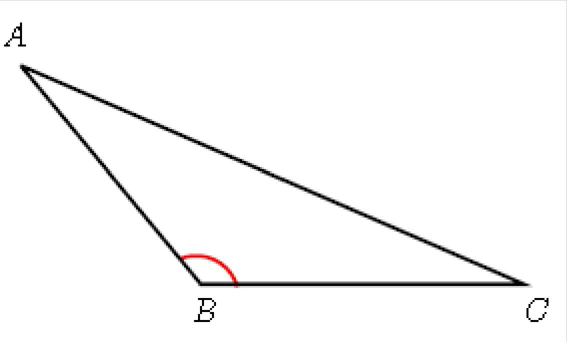
- Um triângulo ABC é isósceles se $AB=AC$ ou $AB=BC$ ou $AC=BC$.



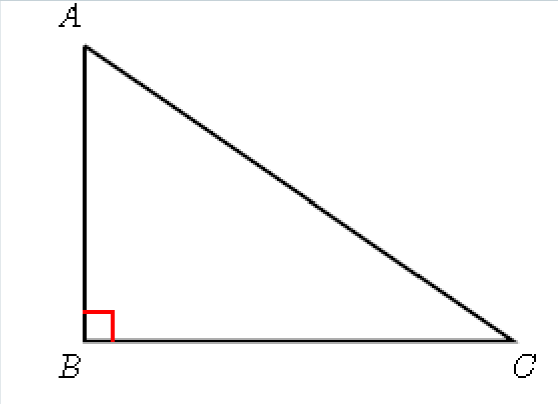
- Um triângulo *ABC* é escaleno se $AB \neq BC$, $AC \neq BC$ *e* $AB \neq AC$.



- Todo triângulo equilátero é isósceles.
- soma dos ângulos internos de todo triângulo é igual a 180◦.
- Um triângulo é obtusângulo se possui um ângulo obtuso, isto é, se um de seus ângulos internos tem medida maior do que 90◦.



- Um triângulo é retângulo se possui um ângulo interno reto, ou seja, se possui um ângulo interno cuja medida é igual a 90◦.

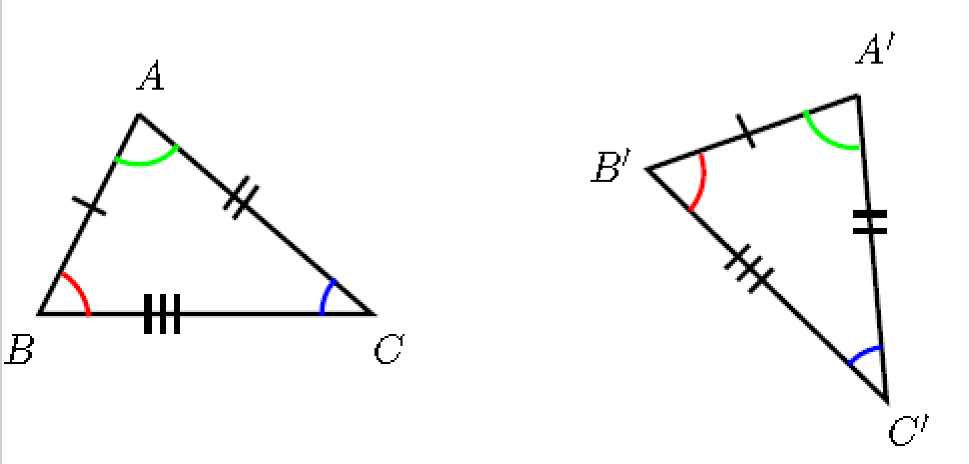


- Dizemos que dois triângulos são congruentes se for possível estabelecer uma correspondência entre os seus vértices, tal que:

I. os ângulos internos em vértices correspondentes tenham medidas iguais;

II. os lados opostos a vértices correspondentes tenham comprimentos iguais.

- Exemplo:

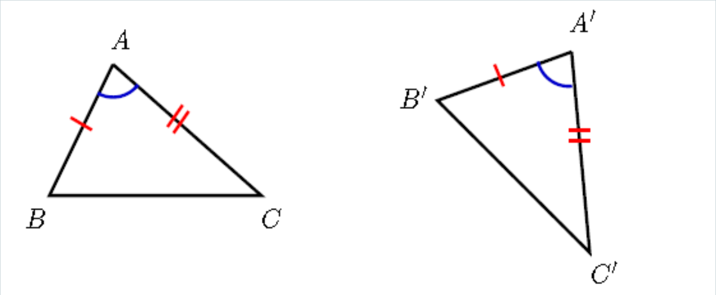


$$A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'.$$

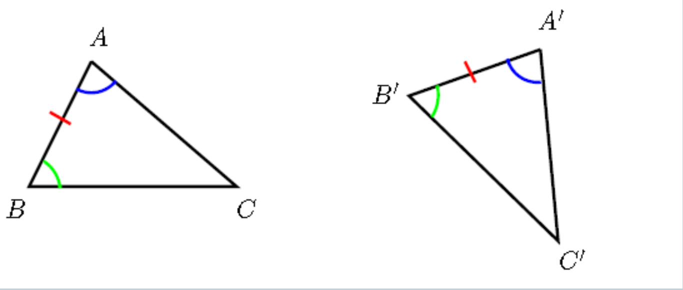
Casos de congruência de triângulos

- **Caso LAL**: se há uma correspondência entre os

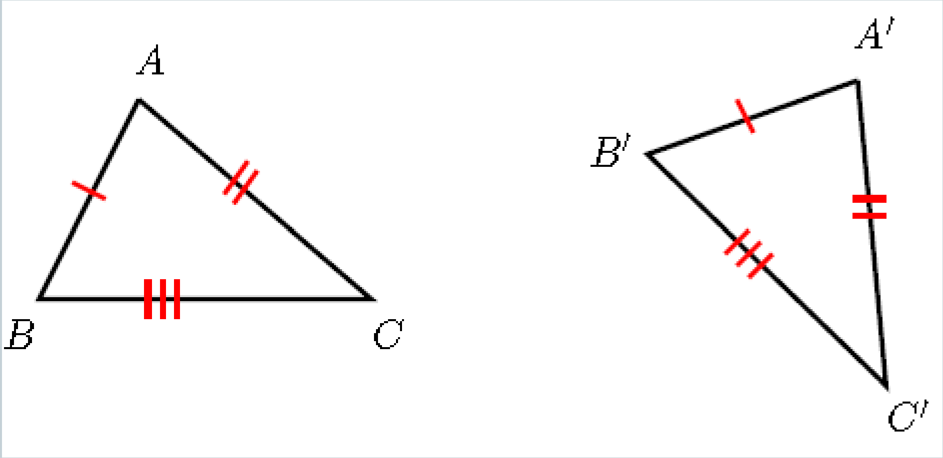
vértices de dois triângulos tal que dois dos lados de um deles e o ângulo interno formado por esses dois lados sejam respectivamente iguais aos dois lados correspondentes no outro triângulo e ao ângulo formado por esses outros dois lados, então os dois triângulos são congruentes.



- **Caso ALA:** se há uma correspondência entre os vértices de dois triângulos tal que um dos lados de um deles e os ângulos adjacentes a esse lado sejam respectivamente iguais ao lado correspondente no outro triângulo e aos ângulos adjacentes a esse outro lado, então os dois triângulos são congruentes.



- **Caso LLL**: se há uma correspondência entre os vértices de dois triângulos tal que os três lados de um deles sejam respectivamente iguais aos lados correspondentes no outro triângulo, então os dois triângulos são congruentes.



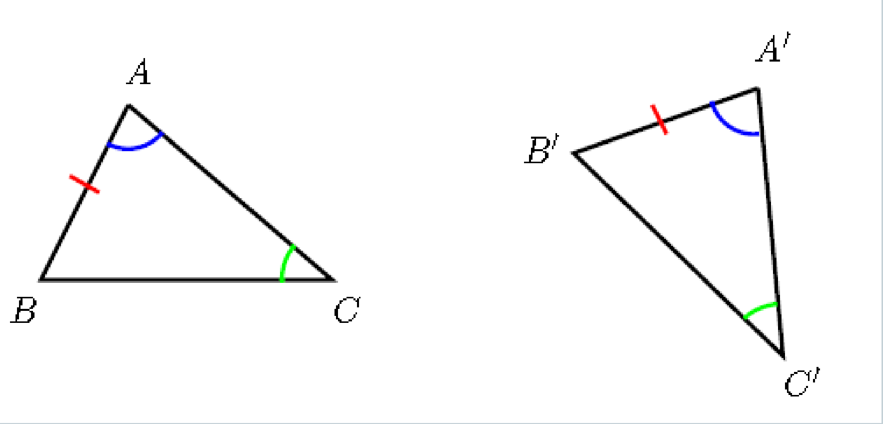
- **Proposição 1.** *Se* ABC *é um triângulo isósceles com*

AB = AC, *então* $\hat{B} = \hat{C}$.

- **Proposição 2.** *Se dois dos ângulos de um triângulo são congruentes, então ele é isósceles.*
- **Corolário 4**. *Os ângulos internos de um triângulo equilátero são iguais a* 60◦.

A partir do corolário 4, podemos apresentamos um quarto caso de congruência.

- **Caso LAAo**: se há uma correspondência entre os vértices de dois triângulos tal que um dos lados, um dos ângulos a ele adjacentes e o ângulo oposto a esse lado em um dos triângulos sejam respectivamente iguais, mediante tal correspondência, a um lado no outro triângulo, a um ângulo adjacente a esse lado e ao ângulo oposto a esse lado, então os dois triângulos são congruentes.

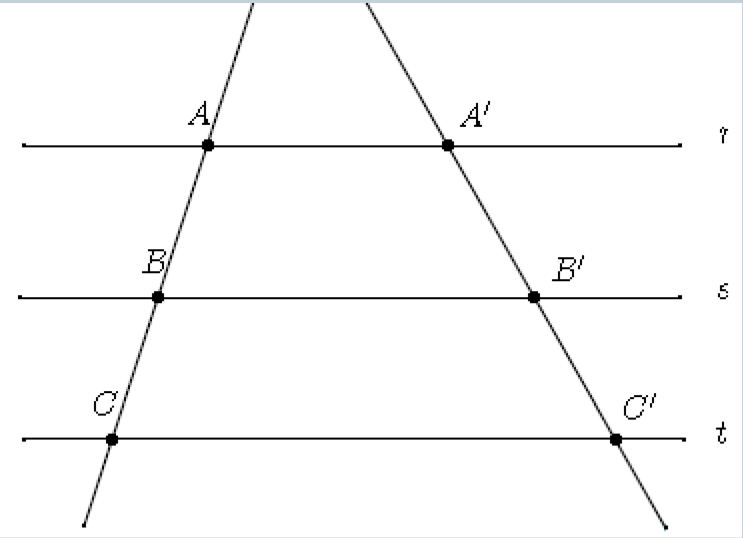

A
B
C
A'
B'
C'

O teorema de Tales

- O teorema de Tales é um resultado fundamental em Geometria Euclidiana plana, e pode ser enunciado da seguinte forma.

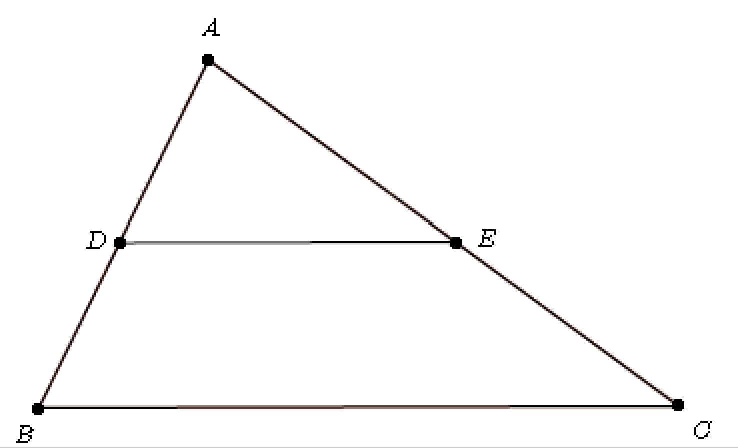
- **Teorema Tales:** *Sejam r, s e t retas paralelas. Escolhemos pontos* A,A′ ∈ r, B,B′ ∈ s *e* C,C′ ∈ t, *de modo que* A,B,C *e* A′,B′,C′ *sejam dois ternos de pontos colineares. Então,*

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$



Exemplo1

Na figura abaixo, os segmentos BC *e* DE *são paralelos,* AB = 15cm, AD = 5cm *e* AE = 6cm. *Calcule a medida em centímetros do segmento* CE.

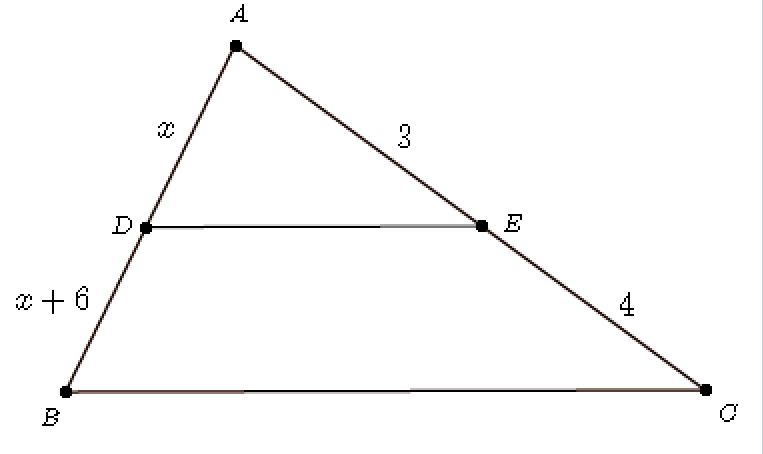


- Solução: Pelo teorema de Tales temos que:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Leftrightarrow \frac{5}{15} = \frac{6}{AC}$$
$$\Leftrightarrow \ AC \ = \ 18$$
$$\Leftrightarrow \ CE \ = \ 12.$$

Exemplo 2

- *Uma reta paralela ao lado* BC *de um triângulo* ABC *determina o ponto* D *em* AB *e* E *em* AC. *Sabendo-se que* $AD = x, BD = x + 6, AE = 3$ *e* $EC = 4$, *calcule o comprimento do lado* AB *do triângulo* ABC.



- Solução:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Leftrightarrow \frac{x}{x} + 6 = \frac{3}{4}$$

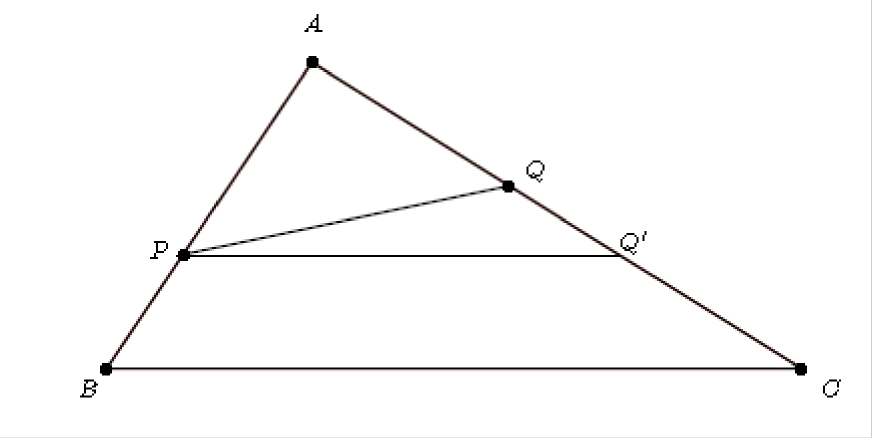
$$\Leftrightarrow 4x = 3x + 18$$

$$\Leftrightarrow x = 18.$$

Exemplo 3

- *Considere o triângulo* ABC *e os pontos* P *e* Q *sobre os lados* AB *e* AC, *respectivamente. Se* $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$, *mostre que* $PQ \parallel BC$.

- Solução: Suponha que PQ não seja paralelo a BC (veja a figura abaixo). Trace, então, uma paralela PQ′ por P a BC, como mostrado na figura.



Pelo teorema de Tales, temos

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ'}{Q'C}.$$

Mas, como a igualdade $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$é satisfeita por hipótese, temos $\frac{AQ}{QC} = \frac{AQ'}{Q'C}$

Portanto, os pontos Q e Q′ são distintos e dividem o lado AC na mesma razão, o que é absurdo.

Logo, PQ ´e paralelo a BC.