



Somando novos talentos para o Brasil

Nível 3

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Ensino Médio

2ª FASE - 8 de outubro de 2005

Nome do(a) aluno(a): _____

Assinatura do(a) aluno(a): _____

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e alegria em estudar Matemática.

Um abraço da equipe da OBMEP!



Ministério da
Ciência e Tecnologia

Ministério
da Educação



“Grande coisa é haver recebido do céu uma partícula de sabedoria, o dom de achar a relação das coisas, a faculdade de as comparar e o talento de concluir.”

Machado de Assis

Os nomes usados nesta prova são de personagens da obra do grande escritor brasileiro Machado de Assis.

INSTRUÇÕES

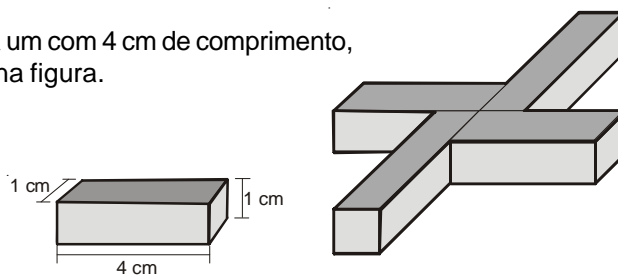
- Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva e assine o seu nome nos locais indicados e assine a lista de presença.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 20 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
- A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar.
- O que você escrever na página de rascunho não será considerado.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
- Não é permitido comunicar-se com outras pessoas além do aplicador.
- Não escreva nos espaços sombreados.

| | Nota 1 | Nota 2 |
|--------------|----------------------|----------------------|
| 1 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 2 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 3 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 4 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 5 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 6 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| TOTAL | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

QUESTÃO 1

Quincas Borba uniu quatro blocos retangulares de madeira, cada um com 4 cm de comprimento, 1 cm de largura e 1 cm de altura, formando o objeto mostrado na figura.

- A) Qual é o volume deste objeto?
- B) Quantas arestas tem este objeto?
- C) Qual a área da superfície deste objeto?



A)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

B)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

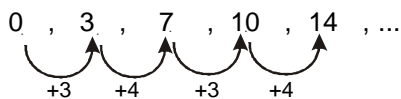
C)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

QUESTÃO 2

A seqüência 0, 3, 7, 10, 14, 17, 21, ... é formada a partir do número 0 somando-se alternadamente 3 ou 4 ao termo anterior, isto é: o primeiro termo é 0, o segundo é 3 a mais que o primeiro, o terceiro é 4 a mais que o segundo, o quarto é 3 a mais que o terceiro, o quinto é 4 a mais que o quarto e assim sucessivamente.



- A) Escreva os 20 primeiros termos desta seqüência.
- B) Qual é o 1000º termo desta seqüência?
- C) Algum termo desta seqüência é igual a 2000? Por quê?

A)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

B)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

C)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

QUESTÃO 3

Numa certa cidade existem apenas duas empresas de táxi, a Dona Leopoldina e a Dom Pedro II. A Dona Leopoldina cobra uma taxa fixa de R\$ 3,00 mais R\$ 0,50 por quilômetro rodado. Já a Dom Pedro II cobra uma taxa fixa de R\$ 1,00 mais R\$ 0,75 por quilômetro rodado.

Os amigos Bento, Sofia e Helena trabalham nessa cidade e sempre voltam de táxi do trabalho para casa. Para pagar menos, Helena sempre usa os táxis da Dona Leopoldina e, pelo mesmo motivo, Bento só usa os da Dom Pedro II. Sofia usa os táxis das duas empresas, porque paga o mesmo preço em ambas.

| Tarifas de Táxi | |
|---|---|
| Dona Leopoldina | Dom Pedro II |
| <i>Taxa de R\$ 3,00 mais R\$ 0,50 por km rodado</i> | <i>Taxa de R\$ 1,00 mais R\$ 0,75 por km rodado</i> |

A) Quanto Sofia paga para ir de táxi do trabalho para casa?

B) Qual dos três amigos percorre, de táxi, a menor distância entre seu trabalho e sua casa?

A)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

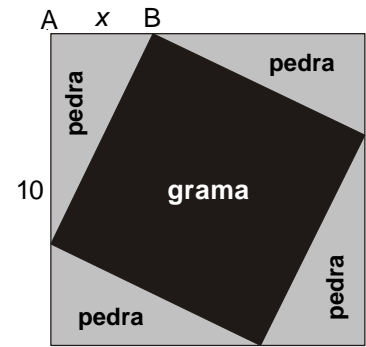
B)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

QUESTÃO 4

Um prefeito quer construir uma praça quadrada de 10 m de lado, que terá quatro canteiros triangulares de pedra e um canteiro quadrado de grama, como na figura. O prefeito ainda não decidiu qual será a área do canteiro de grama, e por isso o comprimento do segmento AB está indicado por x na figura.



A) Calcule a área do canteiro de grama para $x = 2$.

B) Escreva a expressão da área do canteiro de grama em função de x .

Sabe-se que o canteiro de grama custa R\$ 4,00 por metro quadrado e os canteiros de pedra custam R\$ 3,00 por metro quadrado. Use esta informação para responder aos dois itens a seguir.

C) Qual a menor quantia que o prefeito deve ter para construir os cinco canteiros?

D) Se o prefeito tem apenas R\$ 358,00 para gastar com os cinco canteiros, qual é a área do maior canteiro de grama que a praça poderá ter?

A)

B)

C)

D)

QUESTÃO 5

Em um jogo, cada participante recebe um cartão com 4 números distintos de 1 a 20, dispostos em duas linhas e duas colunas. Os números são sucessivamente sorteados de uma caixa que contém 20 bolas idênticas, que foram numeradas de 1 a 20. Ganha o participante cujo cartão for o primeiro a ter sorteados dois números de uma linha ou dois números de uma coluna.

A) Os cartões $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 5 \\ \hline 12 & 3 \\ \hline \end{array}$ e $\begin{array}{|c|c|} \hline 12 & 1 \\ \hline 3 & 5 \\ \hline \end{array}$ são equivalentes, porque se um deles ganha o jogo então o outro ganha também.

Descreva todos os cartões equivalentes ao cartão $\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 2 \\ \hline 9 & 4 \\ \hline \end{array}$.

B) Qual é a probabilidade de que o cartão $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 5 \\ \hline 12 & 3 \\ \hline \end{array}$ ganhe logo na segunda bola sorteada?

A)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

B)

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

QUESTÃO 6

Capitu cortou uma folha de papel retangular em 9 pedaços quadrados de lados 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros cada um.

- A) Qual era a área da folha antes de ser cortada?
B) Quais eram as dimensões da folha antes de ser cortada?
C) Capitu precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um desenho, como fazer esta montagem.

A)



B)



C)



ATENÇÃO: O que você escrever nessa página não será considerado na correção.

RASCUNHO