

Módulo de Elementos Básicos de Geometria Plana - Parte 1

Retas Paralelas Cortadas por uma Transversal.

8° ano E.F.

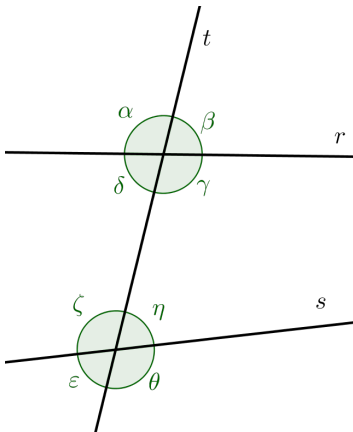
Professores Cleber Assis e Tiago Miranda



Elementos Básicos de Geometria Plana - Parte 1.
Retas Paralelas Cortadas por uma Transversal.

1 Exercícios Introdutórios

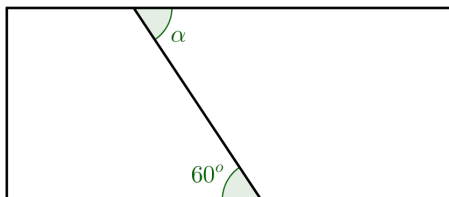
Exercício 1. Na figura abaixo, as retas r e s são cortadas pela transversal t .



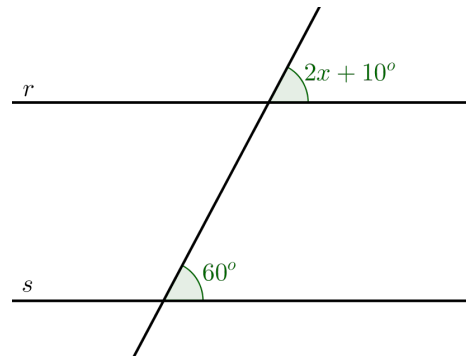
Determine:

- os ângulos correspondentes.
- os ângulos alternos internos.
- os ângulos alternos externos.
- os ângulos colaterais internos.
- os ângulos colaterais externos.

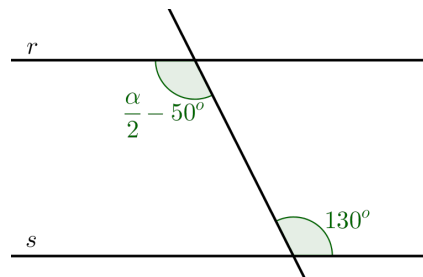
Exercício 2. A figura abaixo mostra a vista de uma parede de uma casa. As interseções teto/parede e chão/parede são segmentos paralelos. O segmento transversal representa uma rachadura nesta parede. Determine o ângulo α entre o teto e a rachadura.



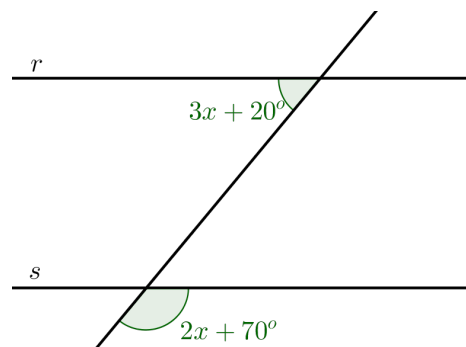
Exercício 3. Sendo r e s retas paralelas, determine o valor de x na figura abaixo.



Exercício 4. Sendo r e s retas paralelas, determine o valor de α na figura abaixo.

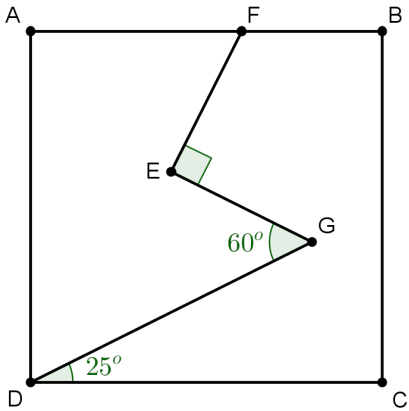


Exercício 5. Sendo r e s retas paralelas, determine o valor de x na figura abaixo.

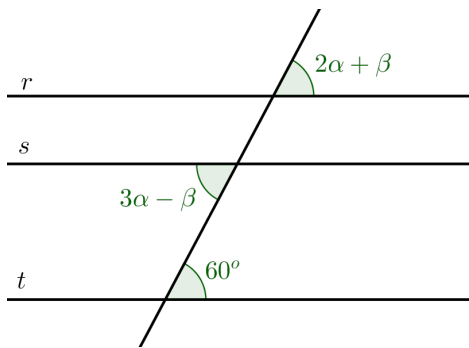


2 Exercícios de Fixação

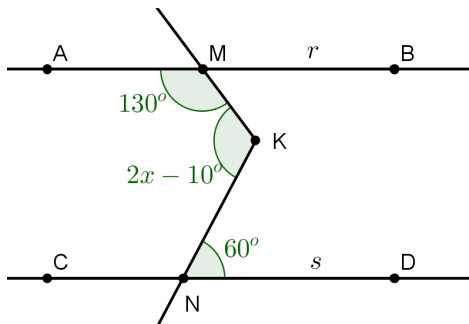
Exercício 6. Determine $\angle AFE$, sabendo que $ABCD$ é um quadrado.



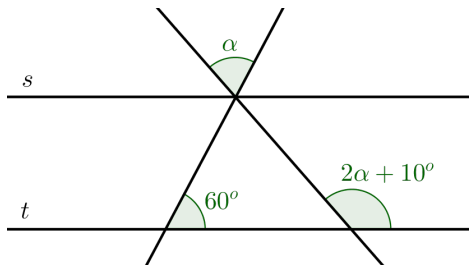
Exercício 7. Na figura abaixo, $r // s // t$. Determine os valores de α e β .



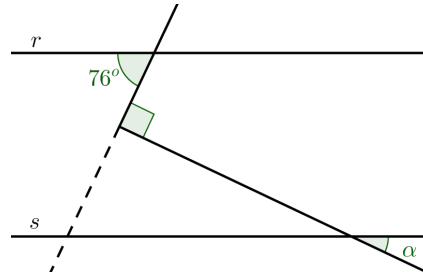
Exercício 8. Se $r // s$, determine o valor de x na figura abaixo.



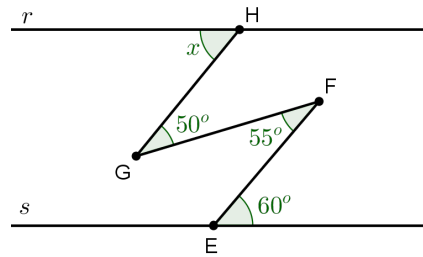
Exercício 9. Na figura abaixo, $s // t$. Determine o valor de α .



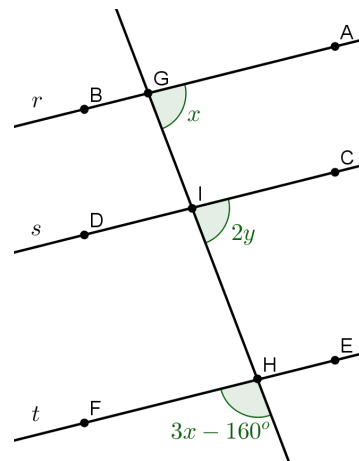
Exercício 10. Na figura abaixo, $r // s$. Determine o valor de α .



Exercício 11. Na figura abaixo, $r // s$. Determine o valor de x .

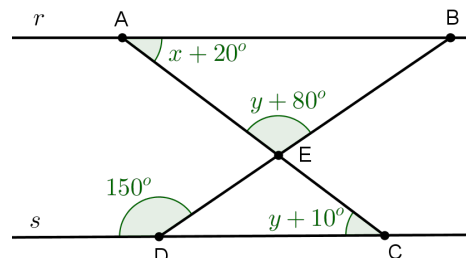


Exercício 12. Na figura abaixo, $r // s // t$. Determine os valores de x e y .

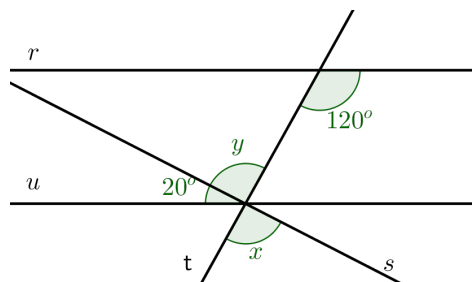


3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 13. Na figura abaixo, $r // s$. Determine os valores de x e y .

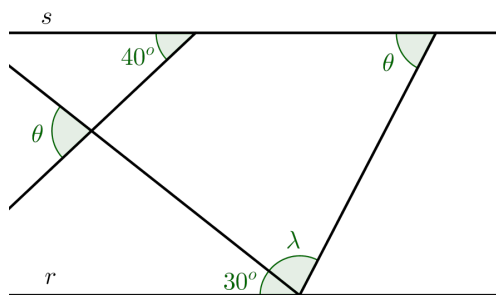


Exercício 14. Considere as retas r, s, t, u , todas num mesmo plano, com $r // u$. O valor em graus de $(2x + 3y)$ é:



- a) 64° .
- b) 500° .
- c) 520° .
- d) 660° .
- e) 580° .

Exercício 15. Sejam r e s retas paralelas. Determine a medida de λ na figura abaixo.



Respostas e Soluções.

1.

a) α e ζ ; β e η ; γ e θ ; δ e ε .

b) δ e η ; ζ e γ .

c) α e θ ; β e ε .

d) δ e ζ ; γ e η .

e) α e ε ; β e θ .

2. Temos um caso de transversal interceptando duas paralelas. Como os ângulos indicados na figura são alternos internos, eles são congruentes, ou seja, $\alpha = 60^\circ$.

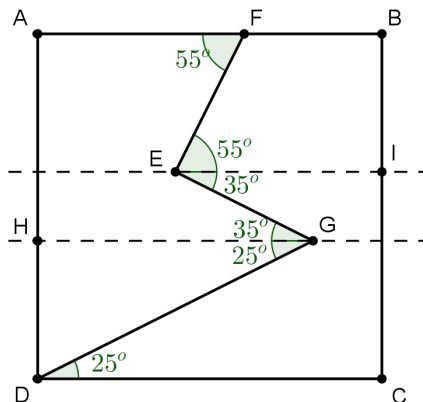
3. Se $r // s$, os ângulos indicados são correspondentes, ou seja, eles são congruentes. Temos então $2x + 10^\circ = 60^\circ$, segue que $x = 25^\circ$.

4. Os ângulos indicados são alternos internos e, se $r // s$, então eles são congruentes. Temos então $\frac{\alpha}{2} - 50^\circ = 130^\circ$, segue que $\alpha = 360^\circ$.

5. O ângulo cuja medida é $(3x + 20^\circ)$ é correspondente ao ângulo suplementar do ângulo cuja medida é $(2x + 70^\circ)$, ou seja, eles são suplementares. Sendo assim, temos:

$$\begin{aligned} (3x + 20^\circ) + (2x + 70^\circ) &= 180^\circ \\ 5x + 90^\circ &= 180^\circ \\ 5x &= 90^\circ \\ x &= 18^\circ. \end{aligned}$$

6. Vamos traçar paralelas aos lados AB e CD pelos pontos E e G e chamar suas respectivas intersecções com os lados BC e AD de I e H . Como $HG // CD$, então $\angle HGD = \angle GDC = 25^\circ$ e, conseqüentemente, $\angle EGH = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$. Usando o mesmo raciocínio, temos $\angle GEI = 35^\circ$ e $\angle FEI = 55^\circ$. Se $AB // EI$, então $\angle AFE = \angle FEI = 55^\circ$.

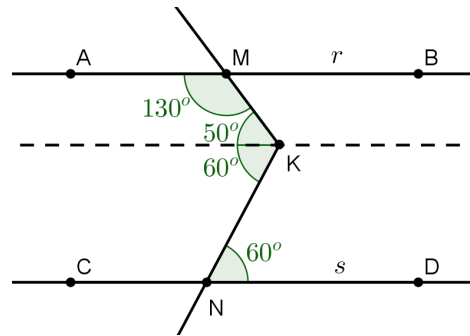


7. Os ângulos de medidas $(2\alpha + \beta)$ e $(3\alpha - \beta)$, são respectivamente, correspondente e alterno interno em relação ao ângulo cuja medida é 60° , ou seja, os três ângulos são congruentes e podemos montar o sistema:

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 60^\circ \\ 3\alpha - \beta = 60^\circ. \end{cases}$$

Somando as equações, temos $5\alpha = 120^\circ$, segue que $\alpha = 24^\circ$ e, conseqüentemente, $\beta = 12^\circ$.

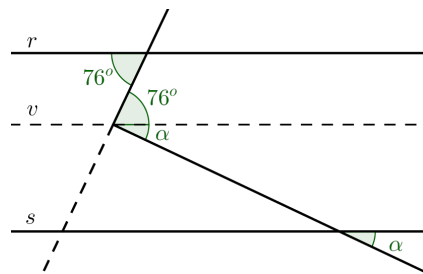
8. Passando uma paralela à r e s pelo ponto K , dividimos $\angle MKN$, em dois ângulos: um medindo 60° , pois é alterno interno ao ângulo $\angle KND$; e outro medindo 50° , pois é alterno interno ao suplementar de $\angle KMA$. Temos então $2x - 10^\circ = 50^\circ + 60^\circ$, segue que $x = 60^\circ$.



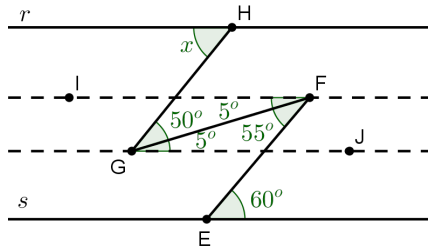
9. O ângulo de 60° , o ângulo oposto pelo vértice do ângulo α e o suplementar do ângulo $(2\alpha + 10^\circ)$ são os ângulos internos de um triângulo. Temos então:

$$\begin{aligned} 60^\circ + \alpha + [180^\circ - (2\alpha + 10^\circ)] &= 180^\circ \\ 60^\circ + \alpha + 180^\circ - 2\alpha - 10^\circ &= 180^\circ \\ -\alpha &= -50^\circ \\ \alpha &= 50^\circ. \end{aligned}$$

10. Passando uma paralela a r e s no vértice do ângulo reto, dividimos este ângulo reto em dois ângulos de medidas α e 76° . Sendo assim, $\alpha + 76^\circ = 90^\circ$, segue que $\alpha = 14^\circ$.



11. Vamos traçar paralelas a r e s por F e G , marcando os pontos I e J , respectivamente. Se s é paralela a FI , então $\angle EFI = 60^\circ$ e $\angle IFG = 5^\circ$. Como FI é paralela a GJ , então $\angle FGJ = \angle IFG = 5^\circ$. Por fim, como r é paralela a GJ , então $x = \angle HGF + \angle FGJ = 50^\circ + 5^\circ = 55^\circ$.



12. Como $\angle AGI$ e $\angle EHI$ são internos e colaterais, eles são suplementares. Temos então:

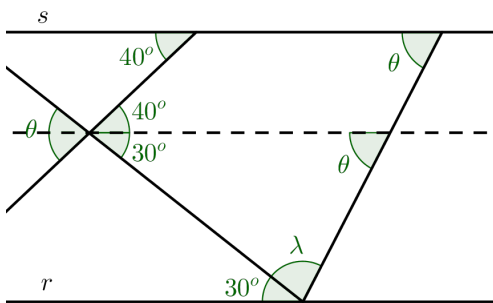
$$\begin{aligned} x + 3x - 160^\circ &= 180^\circ \\ 4x &= 340^\circ \\ x &= 85^\circ. \end{aligned}$$

Além disso, $\angle AGI$ e $\angle CIH$ são correspondentes, ou seja, são congruentes, donde concluímos que $2y = x$, segue que $y = 42^\circ 30'$.

13. $\angle CDE = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ e $\angle DEC = y + 80^\circ$. Pela soma das medidas dos ângulos internos do triângulo CDE , temos que $(y + 10^\circ) + (y + 80^\circ) + 30^\circ = 180^\circ$, segue que $y = 30^\circ$. Como $r // s$, $\angle BAC \equiv \angle DCA$, pois são alternos internos. Sendo assim, $x + 20^\circ = y + 10^\circ$, segue que $x = 20^\circ$.

14. Como $r // u$, a transversal t gera ângulos internos alternos, de medidas 120° e $(20^\circ + y)$, congruentes, ou seja, $y = 100^\circ$. Como x e y são medidas de ângulos opostos pelo vértice, então $x = y = 100^\circ$. Portanto, $2x + 3y = 2 \cdot 100^\circ + 3 \cdot 100^\circ = 500^\circ$. Resposta B.

15. Vamos traçar uma paralela a r e s pela intersecção de duas transversais, conforme a figura. Perceba que essa paralela gera ângulos internos alternos aos ângulos que medem 30° e 40° , donde podemos concluir que $\theta = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$. Esta mesma paralela gera também, pela outra transversal, um ângulo correspondente ao ângulo que mede θ . Assim, temos um triângulo cujos ângulos internos medem 30° , 70° e λ . Temos então que $\lambda = 180^\circ - 30^\circ - 70^\circ = 80^\circ$.



ELABORADO POR CLEBER ASSIS E TIAGO MIRANDA
 PRODUZIDO POR ARQUIMEDES CURSO DE ENSINO
 CONTATO@CURSOARQUIMEDES.COM