

## Tarefa de Casa – Nível 3 – Ciclo 3 – Marcos Assumpção - CEPAC



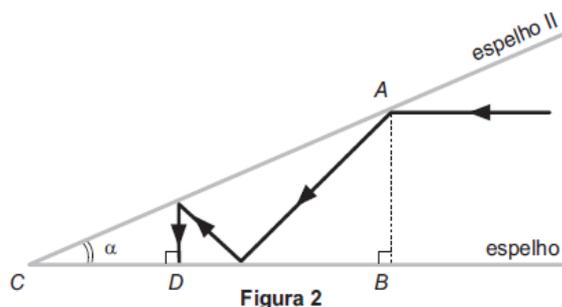
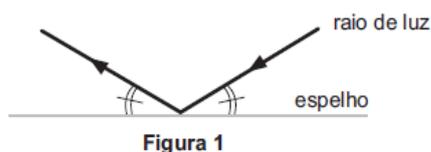
### FAZER E ENTREGAR EM FOLHA SEPARADA!!!

Nome Completo: \_\_\_\_\_

#### Tarefa de casa 1 (Prova OBMEP 2008 – 2ª Fase – N3 – Questão 4)

Quando um raio de luz incide sobre um espelho plano, ele é refletido de modo a fazer ângulos iguais com o espelho, conforme ilustrado na figura 1. A figura 2 mostra dois espelhos que se encontram formando um ângulo  $\alpha$ . Um raio de luz, paralelo ao espelho I, atinge o espelho II no ponto  $A$  e é refletido três vezes, até incidir perpendicularmente ao espelho I no ponto  $D$ .

- (a) Qual é a medida do ângulo  $\alpha$  ?  
(b) Seja  $AB$  perpendicular ao espelho I, como na figura 2. Se  $AB = 10$  cm, qual é o comprimento de  $CD$ ?



#### Tarefa de casa 2 (Prova OBMEP 2015 – 2ª Fase – N3 – Questão 5)

Nas figuras,  $ABC$  é um triângulo isósceles, retângulo em  $A$ . A altura do triângulo em relação à base  $BC$  mede 1 e a circunferência de centro  $O$  tem raio 1. A circunferência gira, sem deslizar, pela base do triângulo. Ao girar, o ponto de tangência  $T$  (da circunferência com a base  $BC$ ) move-se ao longo do lado  $BC$ . A Figura 1 ilustra a situação em que  $T$  é o ponto médio de  $BC$ . A Figura 2 ilustra uma posição genérica do ponto  $T$ . Em ambas as figuras,  $P$  e  $Q$  são os pontos de interseção dos lados  $AB$  e  $AC$ , respectivamente, com a circunferência.

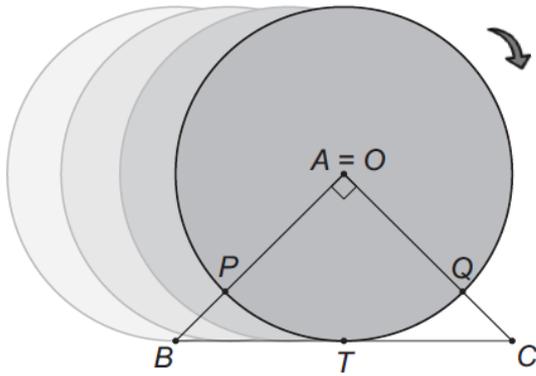


Figura 1

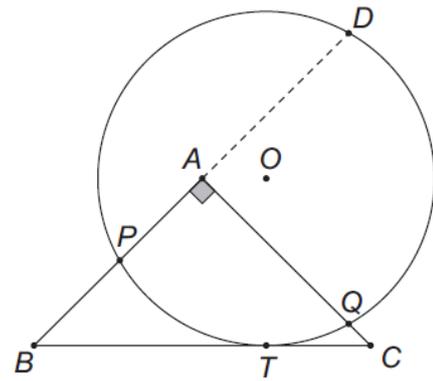
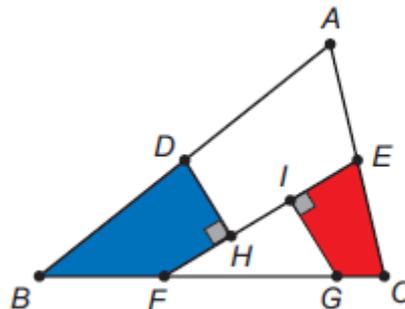


Figura 2

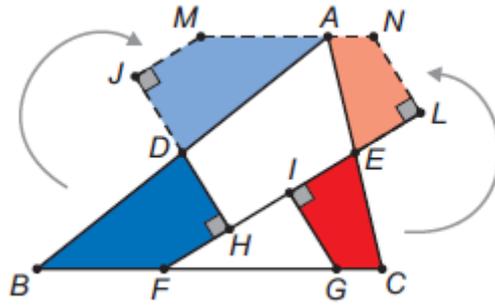
- Na situação da Figura 1, quantos graus mede o arco determinado pelos pontos  $P$  e  $Q$  que contém o ponto  $T$ ?
- Na situação da Figura 2, seja  $D$  o ponto em que o prolongamento do cateto  $BA$  intersecta a circunferência. Mostre que  $AD = AQ$ .
- Explique por que, para qualquer posição de  $T$ , o comprimento do arco determinado pelos pontos  $P$  e  $Q$  que contém o ponto  $T$  é sempre o mesmo.

**Tarefa de casa 3 (Prova OBMEP 2011 – 2ª Fase – N3 – Questão 6)**

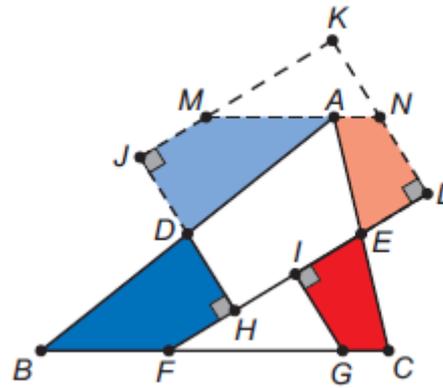
Em todas as figuras desta questão, vemos um triângulo  $ABC$  dividido em quatro partes; nesses triângulos,  $D$  é ponto médio de  $AB$ ,  $E$  é ponto médio de  $AC$  e  $FG$  mede  $\frac{1}{2}BC$ .



- Os quadriláteros  $DJMA$  e  $ELNA$  são obtidos girando de  $180^\circ$  os quadriláteros  $DHFB$  e  $EIGC$  em torno de  $D$  e  $E$ , respectivamente. Explique por que os pontos  $M, A$  e  $N$  estão alinhados, ou seja, por que a medida do ângulo  $\widehat{MAN}$  é igual a  $180^\circ$ .



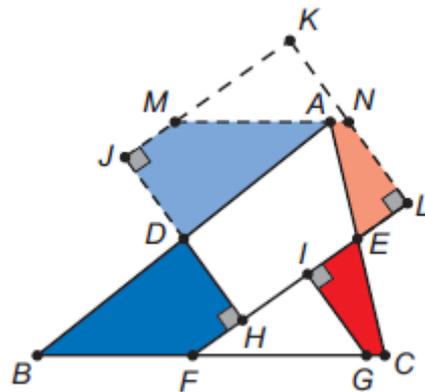
b) Na figura, o ponto  $K$  é a interseção das retas  $JM$  e  $LN$ . Explique por que os triângulos  $FGI$  e  $MNK$  são congruentes.



Os itens acima mostram que  $HJKL$  é um retângulo formado com as quatro partes em que o triângulo  $ABC$  foi dividido.

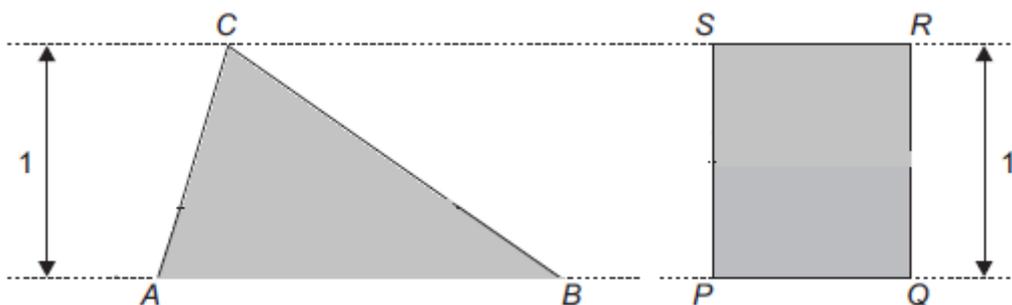
c) Mostre que  $LH = EF$ .

d) Na figura o triângulo  $ABC$  tem área 9 e  $HJKL$  é um quadrado. Calcule o comprimento de  $EF$ .



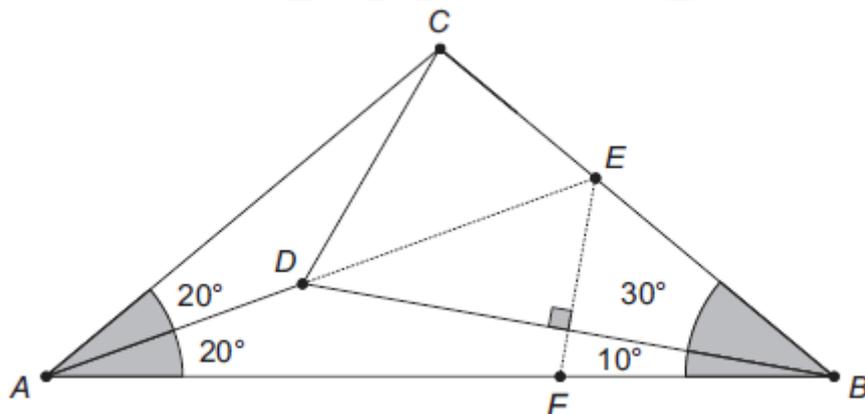
#### Tarefa de casa 4

Na figura, o triângulo  $ABC$  e o retângulo  $PQRS$  têm a mesma área e a mesma altura 1. Qual é a razão entre  $AB$  e  $PQ$  ?



#### Tarefa de casa 5

As medidas em graus dos ângulos  $\widehat{BAD}$ ,  $\widehat{DAC}$ ,  $\widehat{ABD}$  e  $\widehat{DBC}$  estão indicadas na figura. O ponto  $E$  é a interseção de  $BC$  com o prolongamento de  $AD$ , e o ponto  $F$  é a interseção de  $AB$  com a perpendicular a  $BD$  por  $E$ .



- Qual é a medida do ângulo  $\widehat{BDE}$  ?
- Mostre que os triângulos  $ACE$  e  $AFE$  são congruentes.