

## ENCONTRO 2

**Sábado dia 02 de julho das 14:00 às 16:00 na sala de debate do Portal da Matemática**

### **Contagem:**

Princípio Multiplicativo

**Apostila 2 do PIC, “Métodos de contagem e probabilidade”** do professor Paulo Cezar Pinto Carvalho.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

### **Videoaulas do Portal da Matemática:**

2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “princípios básicos de contagem” – Aula: “princípio fundamental da contagem” – Videoaula: princípio fundamental da contagem.

### **Videoaulas do PIC- OBMEP:**

Módulo: “Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC” – Aula: “Contagem” – Videoaula – “Aula 01 – Princípio Aditivo”, “Aula 2 – Princípio Multiplicativo”.

*Neste encontro, pretendemos ensinar estratégias para a resolução de problemas de contagem através da análise do problema, do uso de raciocínios simples, e sem o uso de fórmulas complicadas e que podem ser utilizadas de formas erradas. Os principais resultados que serão utilizados na resolução destes problemas são o Princípio Aditivo e o Princípio Multiplicativo.*

### **Princípio Aditivo**

O Princípio Aditivo está muito bem explicado no vídeo 1 da parte de contagem do canal picobmep no YouTube.

<https://www.youtube.com/watch?v=6vDcJoLj9hg&index=1&list=PLrVGp617x0hC6oZt1-XeqRNT91bEYXDyb>

*O estudo deste vídeo faz parte integrante do planejamento desta aula. Nele são discutidos os primeiros três exercícios a seguir.*

**Exercício 1:** Uma vila tem duas saídas ao norte e duas saídas ao sul. De quantas maneiras é possível sair da vila?

**Exercício 2.** Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7?

**Exercício 3.** Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5?

**Princípio Aditivo:** Sejam  $A$  e  $B$  conjuntos disjuntos, isto é, conjuntos com interseção vazia. Se  $A$  possui  $m$  elementos e se  $B$  possui  $n$  elementos, então a união  $A \cup B$  possui  $m+n$  elementos.

De modo alternativo, este princípio também pode ser enunciado do seguinte modo.

**Princípio Aditivo:** Suponha que um evento  $X$  possa ocorrer de  $x$  maneiras possíveis e que um evento distinto  $Y$  possa ocorrer de  $y$  maneiras possíveis. Então  $X$  ou  $Y$  pode ocorrer de  $x+y$  maneiras diferentes.

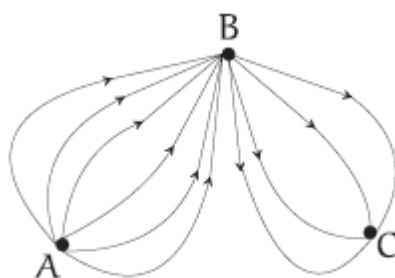
### **Princípio Multiplicativo**

O Princípio Multiplicativo está muito bem explicado no vídeo 2 da parte de contagem do canal picobmep no Youtube.

<https://www.youtube.com/watch?v=BF2zhdBLNy4&index=2&list=PLrVGp617x0hC6oZt1-XeqRNT91bEYXDyb>

*Sugiro que todos os alunos estudem este vídeo, onde estão resolvidos os próximos quatro exercícios.*

**Exercício 4.** (Fomin, capítulo 2) No País das Maravilhas existem três cidades  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Existem seis estradas ligando  $A$  a  $B$  e quatro estradas ligando  $B$  a  $C$ . De quantas maneiras é possível dirigir de  $A$  a  $C$ ?



**Exercício 5.** Quantos são os números de dois algarismos distintos?

**Exercício 6.** Quantos são os números pares de dois algarismos distintos?

**Exercício 7.** Suponha que temos uma coleção com 5 livros de álgebra, 7 livros de combinatória e 10 livros de geometria. De quantas maneiras podemos selecionar dois livros de assuntos diferentes?

**Princípio Multiplicativo:** Se uma decisão  $D_1$  pode ser tomada de  $p$  modos e, qualquer que seja esta escolha, a decisão  $D_2$  pode ser tomada de  $q$  modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões  $D_1$  e  $D_2$  é igual ao produto  $pq$ .

*Apresentamos, a seguir, mais alguns exemplos que podem ser utilizados nesta aula. Alguns destes exemplos ilustram que o Princípio Multiplicativo pode ser aplicado mesmo quando temos mais de duas etapas de decisão, desde que o número de possibilidades em cada etapa não dependa das decisões anteriores.*

**Exercício 8.** (Apostila 2, exercício 1, p. 11) Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernardo, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.

(a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.

(b) Conte o número de possíveis escolhas e verifique que o Princípio Multiplicativo fornece a resposta correta.

**Exercício 9.** (Apostila 2, exercício 2, p.11) Um restaurante possui um cardápio que apresenta escolhas de saladas (salada verde, salada russa ou salpicão), sopas (caldo verde, canja ou de legumes) e pratos principais (bife com fritas, peixe com puré, frango com legumes ou lasanha).

(a) De quantos modos se pode escolher um prato deste cardápio?

(b) De quantos modos se pode escolher uma refeição completa, formada por uma salada, uma sopa e um prato principal?

**Exercício 10.** (Apostila 2, exercício 7, p.12) Dispomos de 5 cores distintas. De quantos modos podemos colorir os quatro quadrantes de um círculo, cada quadrante com 13 uma só cor, se quadrantes cuja fronteira é uma linha não podem receber a mesma cor?

**Exercício 11.** (Apostila 2, exercício 9, p.13) Liste todos os subconjuntos de  $\{1, 2, 3\}$ . Quantos são eles? De modo geral, quantos são os subconjuntos de um conjunto que tem  $n$  elementos?

**Exercício 12.** (Apostila 2, exercício 10, p.13) De quantos modos 3 pessoas podem se sentar em 5 cadeiras em fila?

**Exercício 13.** (Apostila 2, exercício 11, p.13) De quantos modos 5 homens e 5 mulheres podem se sentar em 5 bancos de 2 lugares, se em cada banco deve haver um homem e uma mulher?

*Estudem este conteúdo, anotem os exercícios que não entenderam a resolução ou que não conseguiram resolver e perguntem no sábado das 14:00 às 16:00!*

