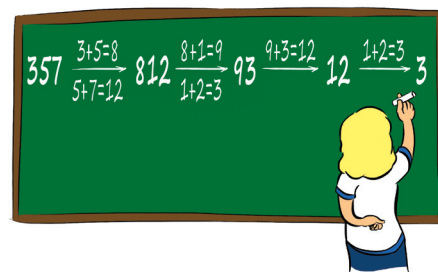


1. Ariadne brinca com números de dois ou mais algarismos. Ela soma, aos pares, os algarismos do número, da esquerda para a direita, e escreve os resultados em ordem; em seguida, ela repete a brincadeira com o novo número e assim por diante. Se ela chegar a um número com um único algarismo, a brincadeira acaba.



Por exemplo, de 294 ela obtém 1113, pois $2+9=11$, $9+4=13$. Depois, de 1113 ela obtém 224, pois $1+1=2$, $1+1=2$ e $1+3=4$, e assim por diante. Essa brincadeira acaba com 1, como mostra a sequência abaixo:

$$294 \xrightarrow[9+4=13]{2+9=11} 1113 \xrightarrow[1+3=4]{1+1=2, 1+1=2} 224 \xrightarrow[2+4=6]{2+2=4} 46 \xrightarrow{4+6=10} 10 \xrightarrow{1+0=1} 1$$

a) Escreva a sequência que começa com 4125.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Escreva os seis primeiros números da sequência que começa com 995.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Qual é o 103º número da sequência que começa com 33333?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

2. Um hotel tem 15 andares com 25 quartos cada um. As chaves dos quartos são identificadas por um número de três ou quatro algarismos indicando o andar, de 1 a 15, seguido do número do quarto, de 01 a 25. Por exemplo, a chave 106 é a do quarto número 06 do 1º andar e a chave 1315 é a do quarto número 15 do 13º andar.



a) Quantos são os quartos do 10º andar para cima?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

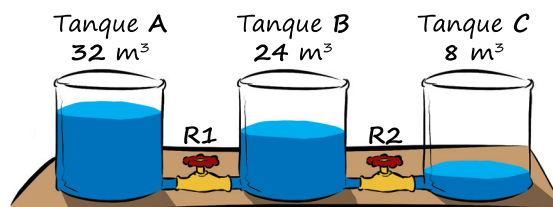
b) Quantas chaves têm número em que aparece o algarismo 1?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Dionísio não aceita ficar em um quarto em cuja chave aparece o algarismo 1 seguido de 1 ou de 3. Em quantos quartos do hotel ele pode se hospedar?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

3. Três tanques iguais contêm, inicialmente, 32, 24 e 8 metros cúbicos de água e estão ligados por registros, como na figura. Estes registros servem para deixar a água passar de um tanque (mais cheio) para o outro (menos cheio) até que ambos fiquem com o mesmo volume de água. Só se pode abrir um registro de cada vez, e ele é fechado assim que os tanques que ele liga fiquem com o mesmo volume de água.



Por exemplo, ao abrir o registro **R2** na situação inicial, os tanques **A**, **B** e **C** ficarão, respectivamente, com 32, 16 e 16 metros cúbicos. A seguir, ao fechar **R2** e abrir **R1** os tanques **A**, **B** e **C** ficarão, respectivamente, com 24, 24 e 16 metros cúbicos. Representamos essa sequência por

$$(32; 24; 8) \xrightarrow{R2} (32; 16; 16) \xrightarrow{R1} (24; 24; 16)$$

a) A partir da situação inicial, qual será o volume de água nos tanques **A** e **B** após abriremos o registro **R1**?

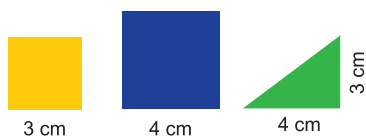
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) A partir da situação inicial, exiba uma sequência de aberturas de registros de modo que o tanque **C** fique com exatamente 21 metros cúbicos de água.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que o tanque **A** sempre vai ficar com mais de 21 metros cúbicos de água, qualquer que seja a sequência de aberturas de registros a partir da situação inicial.

Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL Correção Regional	TOTAL Correção Nacional

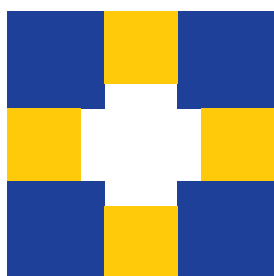


4. Dafne tem muitas peças de plástico: quadrados amarelos de lado 3 cm, quadrados azuis de lado 4 cm e triângulos retângulos verdes cujos lados menores medem 3 cm e 4 cm, como mostrado à esquerda. Com estas peças e sem sobreposição, ela forma figuras como, por exemplo, o hexágono à direita.



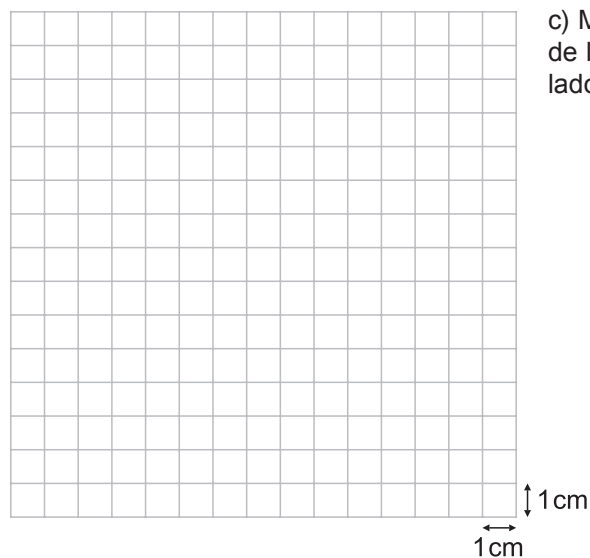
a) Qual é a área do hexágono que Dafne formou?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



b) Usando somente peças quadradas, Dafne formou a figura ao lado, com um buraco em seu interior. Qual é a área do buraco?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



c) Mostre como Dafne pode preencher, sem deixar buracos, um quadrado de lado 15 cm com suas peças, sendo apenas uma delas um quadrado de lado 3 cm.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

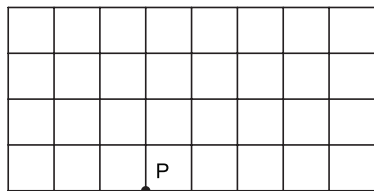
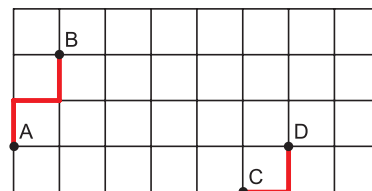
d) Explique por que Dafne não pode preencher um quadrado de lado 15 cm sem usar pelo menos um quadrado de lado 3 cm.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

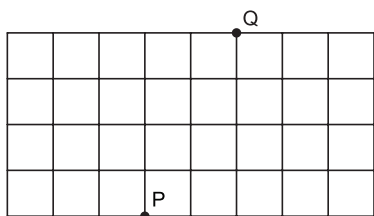
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. No quadriculado ao lado, as linhas horizontais e verticais representam ruas. Os pontos onde as ruas se cortam são as esquinas e a distância entre duas esquinas consecutivas quaisquer é 100 metros. No quadriculado estão indicadas quatro esquinas **A**, **B**, **C** e **D**. Qualquer caminho ligando as esquinas **A** e **B** tem, no mínimo, 300 metros; dizemos então que a *distância* entre **A** e **B** é 300 metros. Do mesmo modo, a distância entre as esquinas **C** e **D** é 200 metros.



a) Marque, no quadriculado ao lado, as esquinas que estão a 300 metros da esquina **P**.

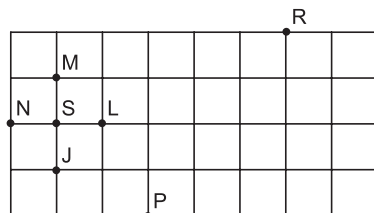
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



b) Marque, no quadriculado ao lado, as esquinas cujas distâncias à esquina **P** e à esquina **Q** são iguais.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) A figura mostra uma esquina **S** e quatro esquinas vizinhas **J**, **L**, **M** e **N**. Calcule a soma das distâncias de cada uma dessas esquinas aos pontos **P** e **R**.



esquina	distância a P	distância a R	distância a P + distância a R
S			
J			
L			
M			
N			

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que não há esquinas cujas distâncias às esquinas **P** e **R**, do item anterior, sejam iguais.

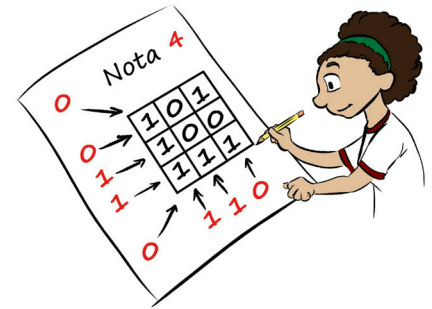
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

6. Helena brinca com tabuleiros 3×3 , preenchidos com os algarismos 0 ou 1, da seguinte maneira:

- ela atribui o número 0 a cada linha, coluna ou diagonal cuja soma de seus algarismos seja par e o número 1 a cada linha, coluna ou diagonal para a qual essa soma seja ímpar;
- em seguida, ela calcula a *nota* do tabuleiro, que é a soma dos números que ela atribuiu.



Por exemplo, a nota do tabuleiro na ilustração é $0 + 0 + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 + 0 = 4$.

a) Qual é a nota do tabuleiro abaixo?

0	0	1
1	1	1
0	0	0

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Preencha os tabuleiros abaixo de quatro maneiras diferentes e de modo que todos tenham nota 8.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que, quando se troca o número de um dos cantos de um tabuleiro de nota ímpar, sua nota torna-se par.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) De quantas maneiras diferentes um tabuleiro pode ser preenchido de modo que sua nota seja ímpar?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

R A S C U N H O