



**Questão 1 (4,0 pontos):**

Em um país imaginário, a “merreca” é a moeda adotada em seu sistema monetário. Lá existem notas de $1$, $3$, $5$ e $75$ merrecas. É possível trocar uma nota de $75$ merrecas por trinta notas com valores $1$, $3$ ou $5$ merrecas? Justifique sua resposta.

**(*Dica*: analise paridades).**

**Resolução esperada:**

***Não é possível, porque a soma de uma quantidade par (***$30$ ***é par) de números ímpares (***$1$***,*** $3$ ***e*** $5$ ***são ímpares) é par, sendo que*** $75$ ***é ímpar.***

**Questão 2 (3,0 pontos):**

De quantos modos $5$ homens e $5$ mulheres podem se sentar em $5$ bancos de lugares, sendo que em cada banco deve haver um homem e uma mulher?

**Resolução esperada:**

***Ordenemos as mulheres e os homens conforme a ordem alfabética de seus nomes, por exemplo. A primeira mulher pode escolher seu lugar de*** $10$ ***modos. A segunda mulher, de*** $8$ ***modos, e as demais mulheres de*** $6$***, de*** $4$ ***e de*** $2$ ***modos. O primeiro homem pode escolher seu lugar de*** $5$ ***modos. O segundo homem, de*** $4$ ***modos, e os demais homens de*** $3$***, de*** $2$ ***e de*** $1$ ***modos. Assim, a resposta é*** $10×8×6×4×2×5×4×3×2×1=460800$***.***

**Questão 3 (3,0 pontos):**

No paralelogramo $ABCD$ de área $1$, os pontos $P$, $Q$ e $R$, nesta ordem, dividem a diagonal $AC$ em quatro partes iguais. Qual é a área do triângulo $DPQ$?

 **D C**

 **R**

 **Q**

 **P**

 **A B**

**Resolução esperada:**

***Como os triângulos*** $ABC$ ***e*** $ACD$ ***são congruentes, já que*** $\overbar{AB}=\overbar{CD}$***,*** $\overbar{BC}=\overbar{AD}$ ***e*** $AC$ ***é lado comum aos dois triângulos, então têm a mesma área. Como a área de*** $ABCD$ ***é igual à soma das áreas de*** $ABC$ ***e*** $ACD$***, que têm a mesma área, então a área de*** $ACD$ ***é igual a metade da área de*** $ABCD$ ***e, logo, a área de*** $ACD$ ***é igual a*** $\frac{1}{2}$***, já que a área de*** $ABCD$ ***é igual a*** $1$***. Os triângulos*** $ADP$***,*** $DPQ$***,*** $DQR$ ***e*** $DCR$ ***têm a mesma área porque suas alturas relativas ao vértice*** $D$ ***são congruentes e*** $\overbar{AP}=\overbar{PQ}=\overbar{QR}=\overbar{CR}$***. Como a área de*** $ACD$ ***é igual à soma das áreas de*** $ADP$***,*** $DPQ$***,*** $DQR$ ***e*** $DCR$***, que têm a mesma área, então a área de*** $DPQ$ ***é igual a um quarto da área de*** $ACD$ ***e, logo, a área de*** $DPQ$ ***é igual a*** $\frac{{1}/{2}}{4}=\frac{1}{8}$***, já que a área de*** $ACD$ ***é igual a*** $\frac{1}{2}$***.***