



OBMEP  
NA ESCOLA



INSTITUTO FEDERAL  
MINAS GERAIS  
Campus Avançado Conselheiro Lafaiete

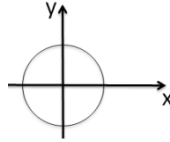
## LISTA 02 – CONTAGEM

Prof: Wagner Monte Raso Braga

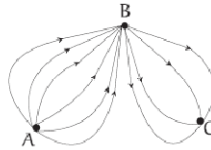
Aluno(a):

21/06/016

- 01) Quantos números de 3 algarismos distintos existem?
- 02) Quantos números pares de 3 algarismos distintos existem?
- 03) De quantas formas podemos colorir os 4 quadrantes relativo a circunferência da figura abaixo se dispomos de 3 cores e que quadrantes adjacentes não podem ter a mesma cor?

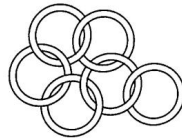


- 04) Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7?
- 05) Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5?
- 06) Marcelo entrou em uma loja e gostou de 3 calças e de 5 camisas. De quantas maneiras diferentes Marcelo pode comprar uma das peças que ele gostou da loja?
- 07) Em uma sala estão 2 meninos e 3 meninas. De quantos modos diferentes podemos escolher um menino e uma menina dessa sala?
- 08) No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A a C?

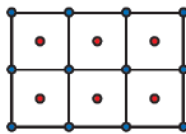


- 09) Quantos são os números de dois algarismos distintos?
- 10) Quantos são os números pares de dois algarismos distintos?
- 11) Suponha que temos uma coleção com 5 livros de álgebra, 7 livros de combinatória e 10 livros de geometria. De quantas maneiras podemos selecionar dois livros de assuntos diferentes?
- 12) Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernardo, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.
  - (a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.
  - (b) Conte o número de possíveis escolhas e verifique que o Princípio Multiplicativo fornece a resposta correta.
- 13) Um time de futebol de salão com 5 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão. De quantas maneiras isto pode ser feito?
  - (a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.
  - (b) Obtenha a quantidade de elementos desta lista com o uso do Princípio Multiplicativo.
- 14) Considere as seguintes letras A, B, C, D, E, F.
  - (a) Quantos anagramas, com duas letras diferentes, podem ser formados com duas destas 6 letras?
  - (b) Quantos anagramas, com duas letras diferentes, e que possuem a letra A, podem ser formados com duas destas 6 letras?
  - (c) Quantos anagramas de duas letras, começando com uma consoante e terminando com uma vogal, podem ser formados com estas letras?
- 15) Um time de futebol de campo com 11 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão.
  - (a) De quantas maneiras esta escolha pode ser feita?

- (b) Neste caso é viável listar todas estas possibilidades?
- 16) (a) De quantas maneiras podemos dar um livro de literatura e um livro de poesia a uma classe com 10 pessoas, de modo que os livros não sejam dados a uma mesma pessoa?  
 (b) E se os livros puderem ser entregues para uma mesma pessoa?
- 17) (OBMEP 1ª fase) Bruno tem 5 figurinhas idênticas com a bandeira da Alemanha, 6 com a bandeira do Brasil e 4 com a da Colômbia. Ele quer fazer um pacote com pelo menos 3 dessas figurinhas. De quantas maneiras ele pode fazer esse pacote?
- 18) (OBMEP 1ª fase) O símbolo proposto para os Jogos Escolares de Quixajuba é formado por seis anéis entrelaçados como na figura. Cada um dos anéis deve ser pintado com uma das três cores da bandeira da cidade (azul, verde ou rosa), de modo que quaisquer dois anéis entrelaçados tenham cores diferentes. Quantas são as maneiras de pintar esse símbolo?



- 19) (OBMEP 2ª fase) Uma empresa fabrica painéis luminosos retangulares divididos em quadrados de 1 metro de lado. No centro de cada quadrado é colocada uma lâmpada vermelha e nos vértices dos quadrados são colocadas lâmpadas azuis. A figura ao lado mostra que um painel de 2 metros por 3 metros tem 6 lâmpadas vermelhas e 12 azuis, das quais 10 estão em sua borda.

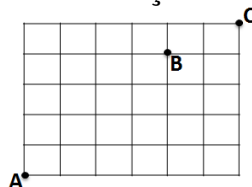


- a) Quantas lâmpadas vermelhas há em um painel de 5 metros por 8 metros?  
 b) Quantas lâmpadas azuis há em um painel de 5 metros por 8 metros?  
 c) Quantas lâmpadas estão na borda de um painel no qual foram colocadas 72 lâmpadas vermelhas e 90 azuis?
- 20) (OBMEP 2ª fase – N3) Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura abaixo, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



- a) Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de  $3 \times 2 \times 2$  maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?  
 b) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?  
 c) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?  
 d) Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013.
- 21) Seja o conjunto  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ . Quantas senhas de 3 dígitos podemos formar com os elementos do conjunto  $A$ ?
- 22) Uma urna contém 100 bolas numeradas de 1 a 100. 5 bolas serão extraídas dessa urna com reposição de cada bola após a extração. Qual a quantidade de sequências de extrações possíveis?
- 23) Se  $A$  e  $B$  são 2 conjuntos  $A = \{a, e, i, o, u\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Quantas são as funções  $f: A \rightarrow B$ ?
- 24) Uma bandeira é formada por 5 listras e devem ser pintadas de 3 cores diferentes. De quantas maneiras distintas será possível pintá-la de modo que 2 listras adjacentes nunca estejam pintadas da mesma cor?

- 25) Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. 3 bolas serão extraídas dessa urna sem reposição. Qual a quantidade de sequências de extrações possíveis?
- 26) Se  $A$  e  $B$  são 2 conjuntos,  $A = \{a, b, c\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Quantas são as funções  $f: A \rightarrow B$  injetoras?
- 27) Quantos anagramas da palavra **SIMULADO**:
- Começam com L?
  - Terminam com vogal?
  - Têm as vogais juntas?
  - Têm as letras SIM nessa ordem?
  - Têm a letra L antes da letra M?
- 28) Quantos são os anagramas da palavra **VESTIBULANDO**, que não apresentam as 5 (cinco) vogais juntas?
- 29) Permutam-se todos os modos possíveis os algarismos 1, 2, 4, 6, 7 e escrevem-se os números assim formados em ordem crescente.
- Que lugar ocupa o número 41276?
  - Qual o número que ocupa o 73º lugar?
  - Qual o 100º algarismo escrito?
  - Qual a soma dos números assim formados?
- 30) Um cubo de madeira tem uma face de cada cor. Quantos dados diferentes podemos formar gravando números de 1 a 6 sobre essas faces?
- 31) Se  $A$  é um conjunto com  $n$  elementos, quantas são as funções  $f: A \rightarrow A$  bijetoras?
- 32) Quantos anagramas tem a palavra ARARA?
- 33) Quantos são os anagramas da palavra BANANADA, que iniciam por consoante?
- 34) Quantas são as sequências formadas por 6 A's e 4 B's de modo que nenhum B fique junto um do outro?
- 35) A figura representa o mapa de uma cidade, na qual há 7 avenidas na direção norte-sul e 6 avenidas na direção leste-oeste.



- 36) Quantas sequências crescentes de números inteiros de tamanho 3 existem sem números consecutivos de 1 a 9?
- 37) Num colégio, 10 professores costumam tomar a refeição juntos, tanto no almoço quanto no jantar. Usam uma mesa redonda para isso. A partir de certo dia decidem mudar de lugar diariamente no almoço e no jantar. Quantos dias no mínimo são exigidos para cumprir tal propósito?
- 38) De quantos modos 4 casais podem sentar-se ao redor de uma mesa circular de tal forma que 2 homens não podem sentar juntos?
- 39) De quantas maneiras 3 homens e 5 mulheres podem sentar-se ao redor de uma mesa redonda de forma que 2 homens não sentem juntos?
- 40) De quantos modos podemos pintar as 6 faces de um cubo com 6 cores distintas se dispomos de exatamente 6 cores?
- 41) Uma empresa tem 6 homens e 5 mulheres. Quantas comissões podemos formar com 5 pessoas:
- Sem restrição
  - Com 3 homens e 2 mulheres
  - Com no mínimo 1 mulher
- 42) Sejam  $s$  e  $t$  retas paralelas. Os pontos  $A, B, C, D$  e  $E$  pertencem a  $s$  e  $F, G, H, I, J$  e  $K$  são pontos da reta  $t$ . Quantos triângulos distintos podemos formar com esses 11 pontos?

- 43) O número 2568 possui dígitos em ordem crescente. Os números 4667 e 3769 não possuem dígitos em ordem crescente. Quantos são os números naturais de 4 algarismos que possuem seus dígitos em ordem crescente?
- 44) Quantos são os jogos de um campeonato disputado por 20 clubes no qual todos se enfrentam uma única vez?
- 45) Um conjunto  $A$  tem 5 elementos e outro conjunto  $B$  tem 8 elementos. Quantas são as funções  $f: A \rightarrow B$  estritamente crescentes?
- 46) De quantos modos é possível comprar 4 sorvetes em uma sorveteria que os oferece em 7 sabores?
- 47) De quantos modos é possível distribuir 9 balas idênticas para 5 crianças, de modo que nenhuma criança fique sem bala?
- 48) Lançando-se 4 dados, sucessivamente, quantas são as maneiras de se obter soma 7?
- 49) Quantas são as soluções inteiras e não negativas da inequação  $x + y + z \leq 5$ ?
- 50) Sejam os conjuntos  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ . Quantas são as funções  $f: A \rightarrow B$  não decrescentes?
- 51) Quantas pessoas são necessárias para se ter certeza que haverá pelo menos duas delas fazendo aniversário no mesmo mês?
- 52) Quantas rolagens de dado (um dado de 6 faces) são necessárias para se ter certeza que um mesmo número vai cair duas vezes?
- 53) Em uma gaveta, há 6 lenços brancos, 8 azuis e 9 vermelhos. Lenços serão retirados, ao acaso, de dentro dessa gaveta. Quantos lenços, no mínimo, devem ser retirados para que se possa garantir que, dentre os lenços retirados haja um de cada cor?
- 54) Em um saco há 6 bolas brancas, 5 bolas pretas e 4 bolas vermelhas, todas do mesmo tamanho e peso. Sem ver, devemos retirar do saco  $n$  bolas e ter a certeza de que, entre elas, há, pelo menos, uma bola preta. Qual é menor valor de  $n$  para que se tenha essa certeza?
- 55) Em um setor público com 24 funcionários, 10 são advogados, 8 são contadores, 4 são administradores e 2 são economistas. Um grupo de trabalho deverá ser formado com estes funcionários, sabendo-se que nenhum deles possui mais de uma formação. Escolhendo aleatoriamente funcionários deste setor, qual o número mínimo de funcionários que se deve escolher para ter certeza de que pelo menos três possuem a mesma formação?
- 56) Marcos está se arrumando para ir ao teatro com sua nova namorada, quando todas as luzes de seu apartamento apagam. Apressado, ele corre até uma de suas gavetas onde guarda 24 meias de cores diferentes, a saber: 5 pretas, 9 brancas, 7 azuis e 3 amarelas. Para que Marcos não saia com sua namorada vestindo meias de cores diferentes, qual o número mínimo de meias que Marcos deverá tirar da gaveta para ter a certeza de obter um par de mesma cor?
- 57) Uma pessoa guardou em seu bolso 2 notas de R\$ 100, 3 notas de R\$ 50 e 4 notas de R\$ 20. Essa pessoa deseja retirar do bolso, de forma aleatória, sem olhar para dentro do bolso, pelo menos uma nota de cada valor. Qual é o menor número de notas que essa pessoa deverá retirar de seu bolso para garantir uma nota de cada valor?
- 58) Uma urna contém 18 bolas brancas, 16 bolas azuis, 11 bolas vermelhas e 14 bolas verdes. Queremos retirar bolas da urna, sem olhar, até termos certeza de que já retiramos ao menos uma bola de cada cor. Para termos essa certeza, teremos de retirar, sem olhar, quantas bolas no mínimo?