**Questões da Avaliação Presencial 1 – Nível 3 – 11 PIC**

**Questão 1 (4,0 pontos):**

Em um país imaginário, a “merreca” é a moeda adotada em seu sistema monetário. Lá existem notas de $1$, $3$, $5$ e $75$ merrecas. É possível trocar uma nota de $75$ merrecas por trinta notas com valores $1$, $3$ ou $5$ merrecas? Justifique sua resposta.

(*Dica*: analise paridades).

**Resolução esperada:**

Não é possível, porque a soma de uma quantidade par ($30$ é par) de números ímpares ($1$, $3$ e $5$ são ímpares) é par, sendo que $75$ é ímpar.

**Critério de pontuação:**

* Observou que a soma de uma quantidade par de números ímpares é par: $3,0$ pontos;
* Citou que $75$ ímpar e concluiu o resultado: $1,0$ ponto.

**Questão 2 (3,0 pontos):**

De quantos modos $5$ homens e $5$ mulheres podem se sentar em $5$ bancos de dois lugares, sendo que em cada banco deve haver um homem e uma mulher?

**Resolução esperada:**

Ordenemos as mulheres e os homens conforme a ordem alfabética de seus nomes, por exemplo. A primeira mulher pode escolher seu lugar de $10$ modos. A segunda mulher, de $8$ modos, e as demais mulheres de $6$, de $4$ e de $2$ modos. O primeiro homem pode escolher seu lugar de $5$ modos. O segundo homem, de $4$ modos, e os demais homens de $3$, de $2$ e de $1$ modos. Assim, a resposta é $10×8×6×4×2×5×4×3×2×1=460800$.

**Critério de pontuação:**

* Contou o número de modos de dispor as mulheres (ou, respectivamente, de dispor os homens) em seus lugares: $1,0$ ponto;
* Contou o número de modos de dispor os homens (ou, respectivamente, de dispor as mulheres) em seus lugares: $1,0$ ponto;
* Concluiu o resultado, usando o Princípio Multiplicativo: $1,0$ ponto.

**Questão 3 (3,0 pontos):**

No paralelogramo $ABCD$ de área $1$, os pontos $P$, $Q$ e $R$, nesta ordem, dividem a diagonal $AC$ em quatro partes iguais. Qual é a área do triângulo $DPQ$?

**Resolução esperada:**

Como os triângulos $ABC$ e $ACD$ são congruentes, já que $\overbar{AB}=\overbar{CD}$, $\overbar{BC}=\overbar{AD}$ e $AC$ é lado comum aos dois triângulos, então têm a mesma área. Como a área de $ABCD$ é igual à soma das áreas de $ABC$ e $ACD$, que têm a mesma área, então a área de $ACD$ é igual a metade da área de $ABCD$ e, logo, a área de $ACD$ é igual a $\frac{1}{2}$, já que a área de $ABCD$ é igual a $1$. Os triângulos $ADP$, $DPQ$, $DQR$ e $DCR$ têm a mesma área porque suas alturas relativas ao vértice $D$ são congruentes e $\overbar{AP}=\overbar{PQ}=\overbar{QR}=\overbar{CR}$. Como a área de $ACD$ é igual à soma das áreas de $ADP$, $DPQ$, $DQR$ e $DCR$, que têm a mesma área, então a área de $DPQ$ é igual a um quarto da área de $ACD$ e, logo, a área de $DPQ$ é igual a $\frac{{1}/{2}}{4}=\frac{1}{8}$, já que a área de $ACD$ é igual a $\frac{1}{2}$.

**Critério de pontuação:**

* Concluiu, justificando, que a área de $ACD$ é igual a $\frac{1}{2}$: $1,0$ ponto;
* Concluiu, justificando, que os triângulos $ADP$, $DPQ$, $DQR$ e $DCR$ têm a mesma área: $1,0$ ponto;
* Concluiu a área de $DPQ$: $1,0$ ponto.