

Lista de Exercícios – OBMEP 2016

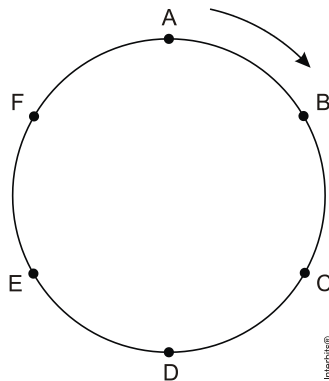
- Qual o maior número que divide exatamente os números 148 e 136?
- No alto de uma torre de uma emissora de televisão, duas picam com frequências diferentes. A primeira pisca 15 vezes por minuto e a segunda pisca 10 vezes por minuto. Se num certo instante as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a piscar simultaneamente?
- Ache dois números conhecendo-se sua soma 168 e seu MDC 24.
- Uma fabrica produz dados com três tamanhos: pequenos, médio e grande, com 6, 7 e 8 cm de aresta, respectivamente. O fabricante deseja remeter a sua produção em caixas cúbicas do mesmo tamanho, de forma que os dados fiquem bem ajustados na caixa e que ela contenha um mesmo tipo de dado. Determine o menor tamanho possível para cada caixa.
- (G1 - cp2 2016) Nelson possui um cãozinho e precisa medicar o seu animal regularmente com dois produtos, A e B, cuja função é mantê-lo livre de pulgas e carrapatos. O produto A é vendido em caixas com 24 comprimidos e deve ser tomado a cada 6 dias. O produto B é vendido em caixas de 10 comprimidos e deve ser tomado a cada 20 dias.
Supondo que **hoje** ele tenha dado os dois produtos a seu cãozinho e que para isso tenha tido que abrir uma nova caixa de cada produto, no próximo dia em que ele tiver que dar os dois produtos juntos a seu cãozinho ainda haverá, na caixa do produto A,
 - 25 comprimidos.
 - 20 comprimidos.
 - 14 comprimidos.
 - 12 comprimidos.
- (Pucsp 2016) Se n é um número inteiro positivo, chama-se *indicador* de n o número de elementos do conjunto $\mathcal{O}(n) = \{x \mid 1 \leq x \leq n \text{ e } \text{mdc}(x, n) = 1\}$. Com base nessa definição, é correto afirmar que o *indicador* do número 24 é igual a:
 - 16
 - 12
 - 10
 - 8
- (G1 - cftmj 2016) João faz caminhada a cada 4 dias. Pedro, vizinho de João, faz caminhada no mesmo local, a cada 6 dias. Considerando que Pedro e João se encontraram hoje fazendo caminhada, eles se encontrarão novamente daqui a n dias. Qual das alternativas abaixo indica um valor possível para n ?
 - 30
 - 32
 - 36
 - 42
- (Cefet MG 2015) Nas afirmações abaixo, os números a , b e n são inteiros positivos. Analise-as, atribuindo (**V**) para as verdadeiras e (**F**) para as falsas.
 - Se a e b deixam o mesmo resto quando divididos por n , então $a - b$ é múltiplo de n .
 - Se $(a - b)$ é múltiplo de n , então a e b são múltiplos de n .

- () Se $(a \cdot b)$ é múltiplo de n , então a ou b é múltiplo de n .
() Se $d = \text{mdc}(a, b)$ e $m = \text{mmc}(a, b)$, então m é múltiplo de d .

A sequência correta encontrada é

- a) V, V, F, V.
b) V, F, F, V.
c) V, F, V, V.
d) V, F, F, F.
e) F, V, F, V.
9. (Enem 2015) Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1.080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.
Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir
- a) 105 peças.
b) 120 peças.
c) 210 peças.
d) 243 peças.
e) 420 peças.
10. (Espm 2014) As moedas de 10 e 25 centavos de real tem, praticamente, a mesma espessura. 162 moedas de 10 centavos e 90 moedas de 25 centavos serão empilhadas de modo que, em cada pilha, as moedas sejam do mesmo tipo e todas as pilhas tenham a mesma altura. O menor número possível de pilhas é:
- a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16
11. (G1 - cftmg 2014) Em um campeonato esportivo, todos os jogos iniciarão em 15 de março de 2014. Os jogos de futebol acontecerão a cada 30 dias, os de basquete a cada 45 dias e os de vôlei, a cada 60 dias. Após o início das competições, o primeiro mês em que os jogos das três modalidades voltarão a coincidir é
- a) agosto.
b) setembro.
c) novembro.
d) dezembro.
12. (G1 - ifsp 2013) Miro ganhou um prêmio em dinheiro que é superior a R\$2.000,00 e inferior a R\$2.500,00. Se ele contá-lo de 30 em 30 reais, ou de 40 em 40 reais, ou ainda de 50 em 50 reais, sempre sobrarão 25 reais. O valor do prêmio foi
- a) R\$2.185,00.
b) R\$2.275,00.
c) R\$2.305,00.
d) R\$2.375,00.
e) R\$2.425,00.
13. (Ufmg 2013) Sobre uma pista circular de ciclismo existem 6 pontos de observação igualmente espaçados, indicados com as letras A, B, C, D, E e F. Dada a largada de uma corrida, dois ciclistas partem do ponto A e percorrem a pista no sentido da seta, como

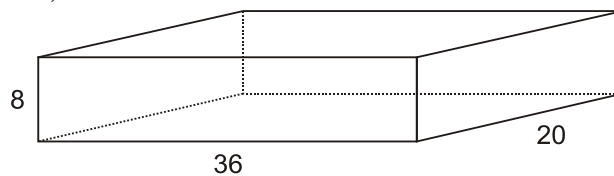
indicado na figura abaixo. Um deles completa uma volta a cada 5 minutos, e o outro, mais lento, completa uma volta a cada 8 minutos. As velocidades dos ciclistas são constantes.



Considerando essas informações,

- DETERMINE em qual dos pontos de observação os dois ciclistas irão se encontrar pela **primeira** vez depois da largada.
- Um cronômetro zerado é ligado no momento da largada e é desligado assim que os dois ciclistas se encontram pela **segunda** vez. DETERMINE os minutos e segundos mostrados pelo cronômetro neste instante.
- DETERMINE em qual dos pontos de observação os dois ciclistas irão se encontrar pela **oitava** vez depois da largada.

14. (Mackenzie 2012)



O número mínimo de cubos de mesmo volume e dimensões inteiras, que preenchem completamente o paralelepípedo retângulo da figura, é

- 64
 - 90
 - 48
 - 125
 - 100
- Mostre que se o produto $N=(n+6m)(2n+5m)(3n+4m)$ é múltiplo de 7, com m e n números naturais, então N é múltiplo de $7^3= 343$.
 - Qual é o menor número inteiro positivo N tal que $N/3$, $N/4$, $N/5$, $N/6$ e $N/7$ sejam todos números inteiros?
 - Em uma lousa são escritos os 2014 inteiros positivos de 1 até 2014. A operação permitida é escolher dois números a e b , apagá-los e escrever em seus lugares $\text{mdc}(a,b)$ e $\text{mmc}(a,b)$. Essa operação pode ser feita com quaisquer dois números que estão na lousa, incluindo os números que resultaram de operações anteriores. Determine qual a maior quantidade de números 1 que podemos deixar na lousa