

LISTA DE EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – PARIDADE E DIVISÃO EUCLIDIANA

1. Uma linha poligonal fechada é composta por 11 segmentos. Pode uma reta (não contendo um vértice da linha poligonal) intersectar cada um desses segmentos?
2. Três bolas de gude, A, B e C, estão no chão. Um movimento permitido é passar uma bola entre as outras duas. É possível, após 25 movimentos, que todas as bolas estejam nas suas posições originais?
3. Prove que para quaisquer inteiros positivos a_1, a_2, \dots, a_n o número $|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + \dots + |a_n - a_1|$ é par
4. Dados três números naturais x, y e z tais que $x^2 + y^2 = z^2$, mostre que x e y não são ambos ímpares
5. Mostre que 10 divide $11^6 - 1$. (obs: é a mesma coisa que dizer mostre que $11^6 - 1$ é divisível por 10)
6. Quais os possíveis restos de um número quadrado perfeito na divisão por 4?
7. Sabendo-se que o resultado de $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 14$ é divisível por 13. Qual o resto da divisão do número $13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ por 169?

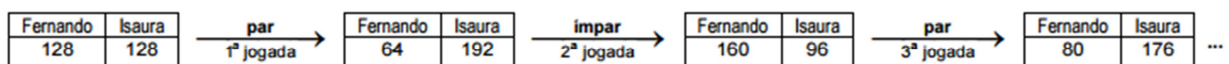
QUESTÕES DE OBMEP

(4) Fernando e Isaura inventaram um jogo diferente, cujas regras são as seguintes:

1. eles começam uma partida com 128 palitos cada um;
2. em cada jogada, eles tiram par ou ímpar; se sai par, Fernando dá metade dos palitos que tem para Isaura e, se sai ímpar, Isaura dá a metade dos palitos que tem para Fernando.
3. eles repetem o procedimento da regra 2 até que um deles fique com um número ímpar de palitos, quando a partida acaba. Ganha quem ficar com maior número de palitos.



Veja o que acontece em uma partida onde a seqüência das três primeiras jogadas é **par, ímpar, par**:



- (a) Complete o esquema com o número de palitos de Fernando e Isaura, de acordo com as jogadas indicadas.
- (b) Uma partida acabou quando Fernando ficou com 101 palitos. Na última jogada saiu par ou ímpar?
- (c) Qual foi a seqüência de pares e ímpares da partida que acabou quando Fernando ficou com 101 palitos?
- (d) Mostre que qualquer partida acaba com exatamente sete jogadas.

