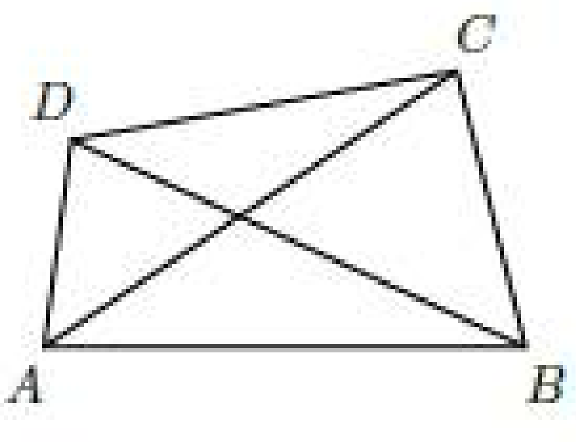
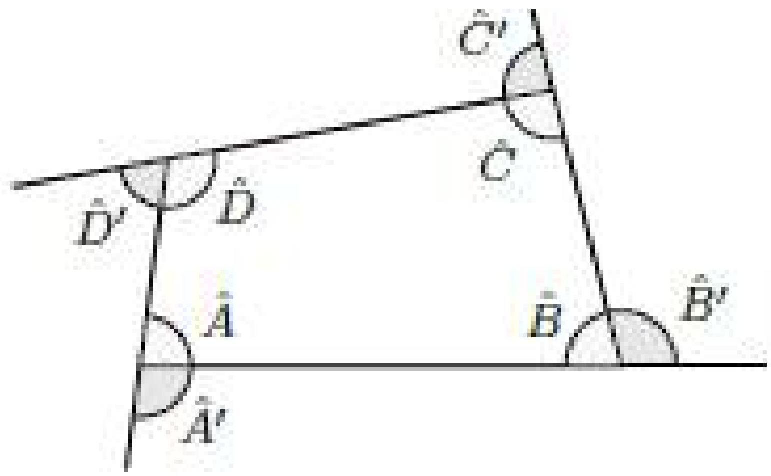
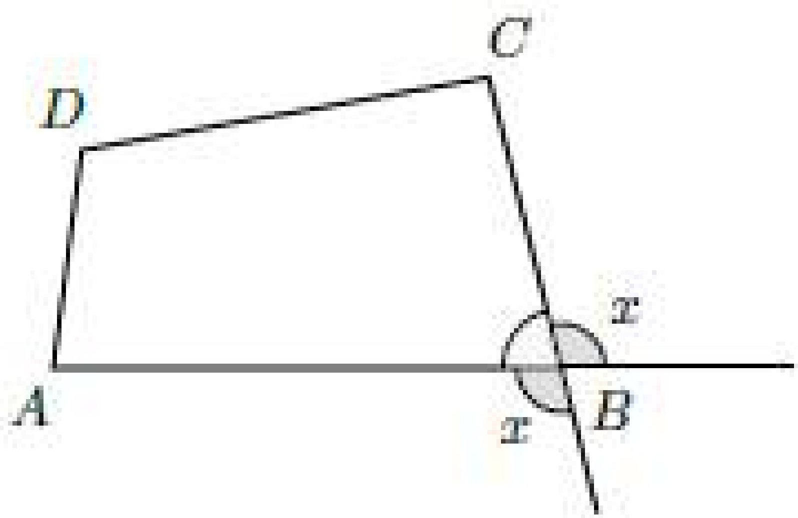
Encontro 15: Quadriláteros e resolução de exercícios

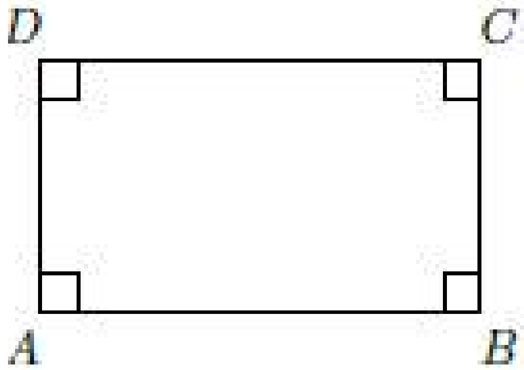


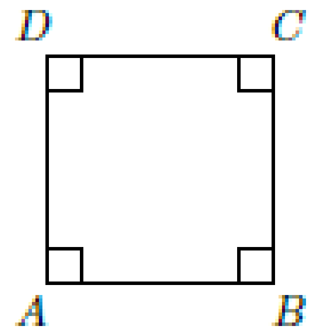


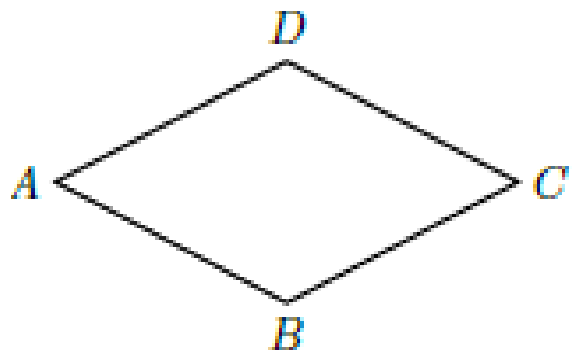
$\hat{A}' = 180° - \hat{A}$, $\hat{B}' = 180° - \hat{B}$, $\hat{C}' = 180° - \hat{C}$ e $\hat{D}' = 180° - \hat{D}$

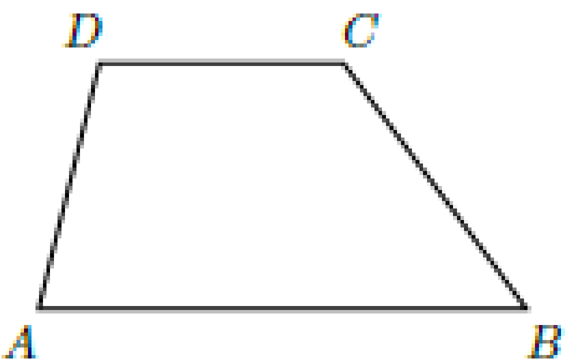


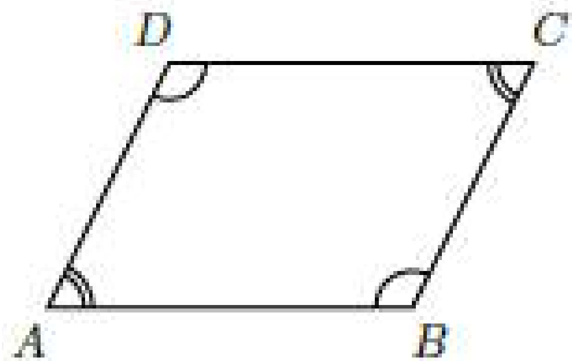
A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°.


D
C
A
B


D
C
A
B


D
A
C
B


D
C
A
B


D
C
A
B

Exercício I - Numa folha quadrada de papel de 30 cm de lado, branca de um lado e cinza do outro, marcou-se um quadrado ABCD em linhas pontilhadas, como na Figura 1. A folha foi dobrada ao longo das linhas pontilhadas e o resultado esta mostrado na Figura 2, onde a parte cinza e um quadrado com 12 cm de lado. Qual e o comprimento do segmento PA?

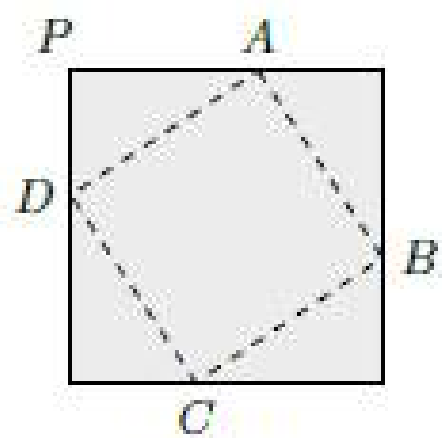


Figura 1

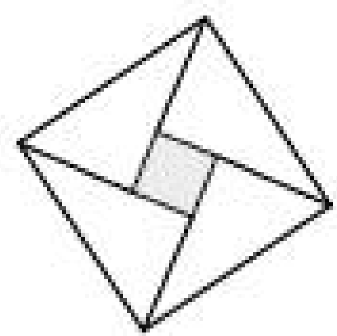
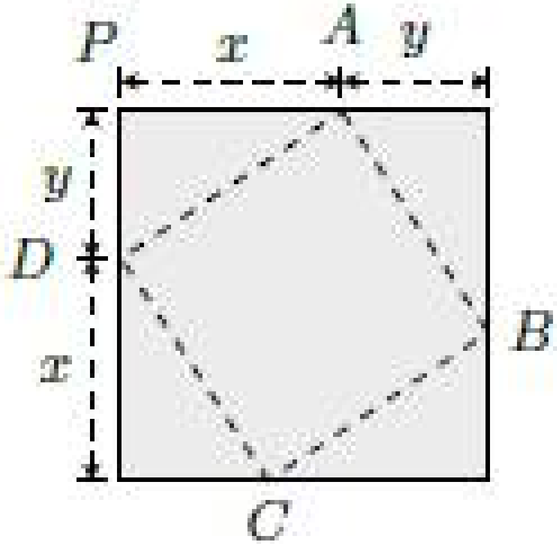
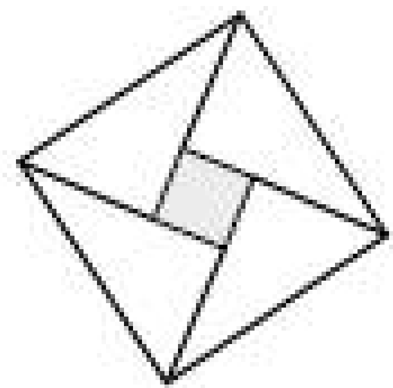


Figura 2

Solução. Sejam x e y as medidas (em centímetros) de PA e PD, respectivamente. Vemos então que $x+y=30$ e que o lado do quadrado central da folha dobrada é $x-y$. Como este quadrado tem lado 12, segue que $x-y=12$. Somando as equações $x+y=30$ e $x-y=12$ obtemos $(x+y)+(x-y)=30+12 \Rightarrow 2x=42 \Rightarrow x=21$. Portanto, o segmento PA tem comprimento de 21 cm.

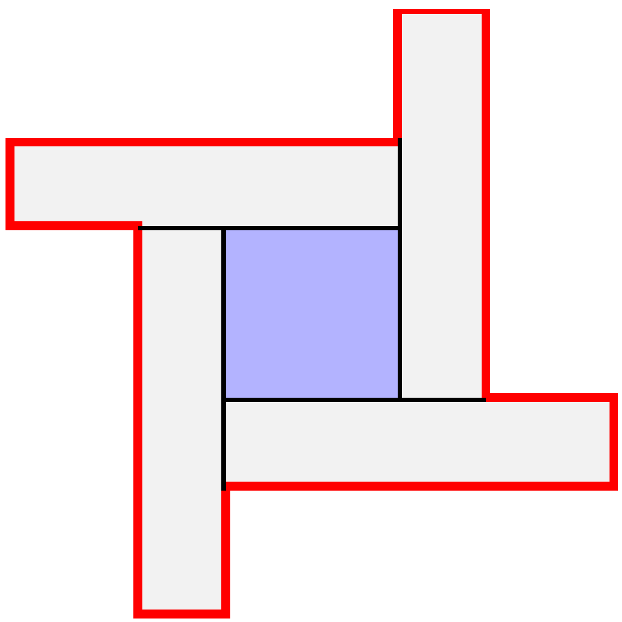




Exercício II – Marcia cortou uma tira retangular de 2 cm de largura de cada um dos quatro lados de uma folha de papel medindo 12 cm por 20 cm. Qual e o perímetro do pedaço de papel que sobrou?

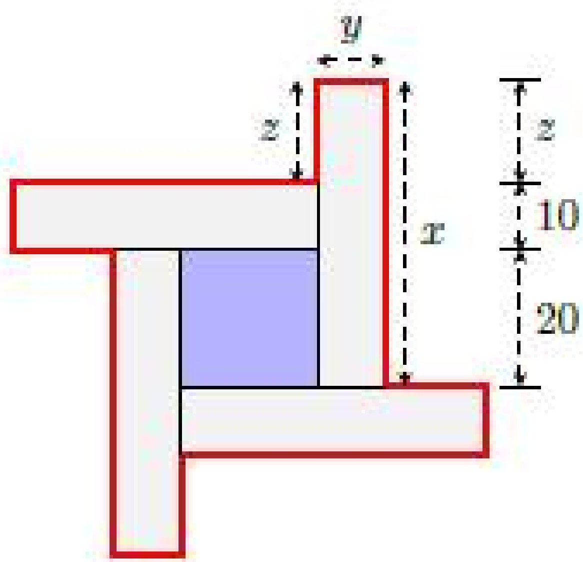
Solução: Cortar uma tira de dois centímetros de largura de cada lado da folha faz com que cada lado da folha passe a medir 4 cm a menos. Logo, o pedaço de papel que sobrou e um retângulo de dimensões 12 - 4 = 8 cm e 20 - 4 = 16 cm, cujo perímetro é 8 + 8 + 16 + 16 = 48 cm.

Exercício III – Juntando, sem sobreposição, quatro ladrilhos retangulares de 10 cm por 45 cm e um ladrilho quadrado de lado 20 cm, Rodrigo montou a figura abaixo. Com uma caneta de ponta mais grossa ele traçou o contorno da gura. Qual é o comprimento deste contorno?

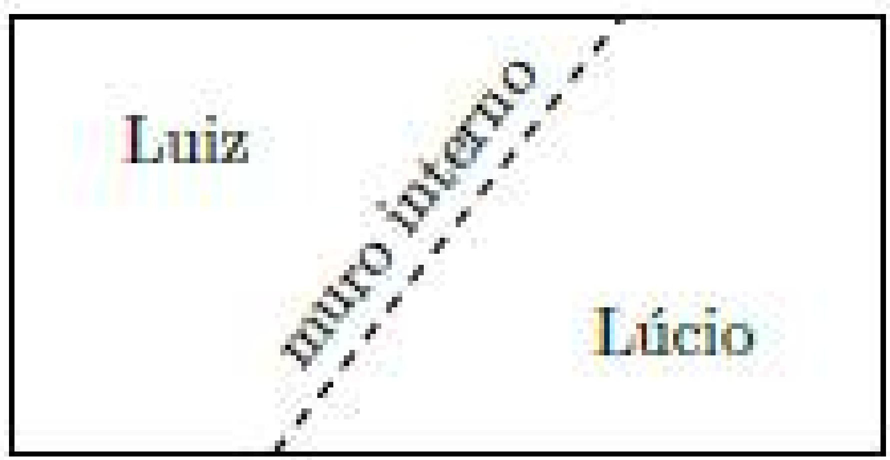


Solução. O comprimento total do contorno da figura, destacado com uma linha mais grossa, é a soma dos comprimentos dos segmentos que formam o contorno. De acordo com a figura a seguir, este contorno é formado por quatro segmentos de comprimento x, quatro segmentos de comprimento y e quatro segmentos de comprimento z. Os valores de x e y foram dados no enunciado: $x = 45$ e $y = 10$ são os comprimentos dos lados de um dos quatro retângulos utilizados para formar a figura. Para obter o comprimento z observe que $z + 10 + 20 = x = 45$ e daí $z = 15$. Assim podemos concluir que o comprimento total do contorno da figura é igual a

$$4x + 4y + 4z = 4 \cdot 45 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 15 = 180 + 40 + 60 = 280 \text{ cm}.$$

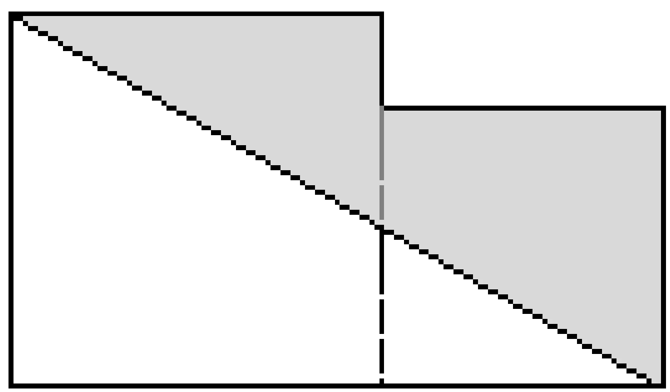


Exercício IV – Os irmãos Luiz e Lucio compraram um terreno cercado por um muro de 340 metros. Eles construíram um muro interno para dividir o terreno em duas partes. A parte de Luiz ficou cercada por um muro de 260 metros e a de Lúcio, por um muro de 240 metros. Qual é o comprimento do muro interno?

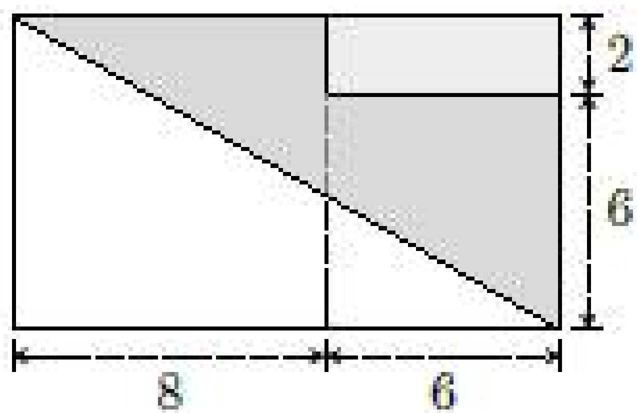


Solução. Somando as metragens dos muros de Luiz e de Lúcio, obtemos $240 + 260 = 500$ m. Neste total estão computados o comprimento do muro original (de 340 m) mais duas vezes o comprimento do muro interno. Logo, o comprimento do muro interno é igual a $\dfrac{500 - 340}{2} = 80$ m. Podemos também resolver algebricamente: como o muro interno pertence ao cercado dos terrenos de Luiz e de Lúcio, se x é a medida do muro interno, temos: $340 + 2x = 240 + 260$. Portanto $x = 80$ m.

Exercício V - A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza?

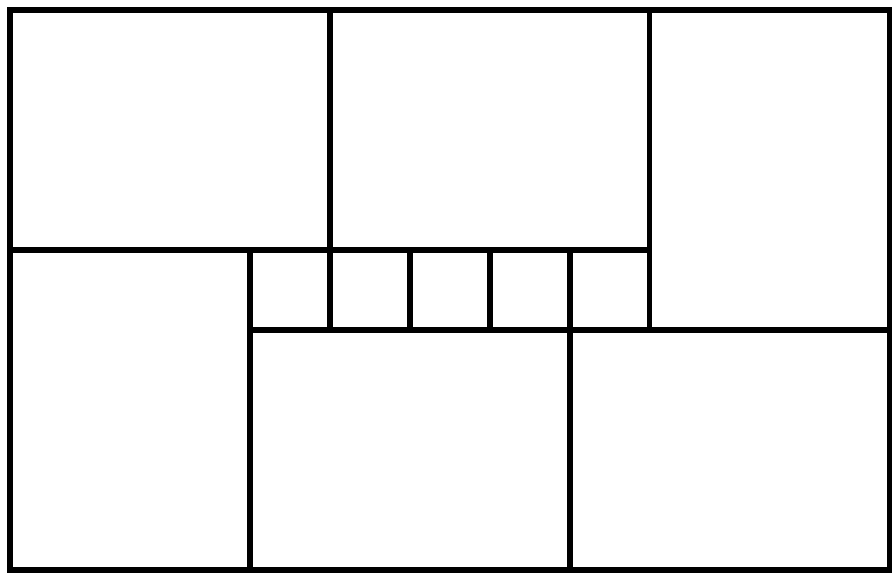


Solução. Se juntarmos à região cinza o retângulo cujos lados medem 6 cm e 2 cm, como na figura a seguir, teremos um novo retângulo com lados medindo 14 cm e 8 cm cuja área é $14 \cdot 8 = 112\ \text{cm}^2$.

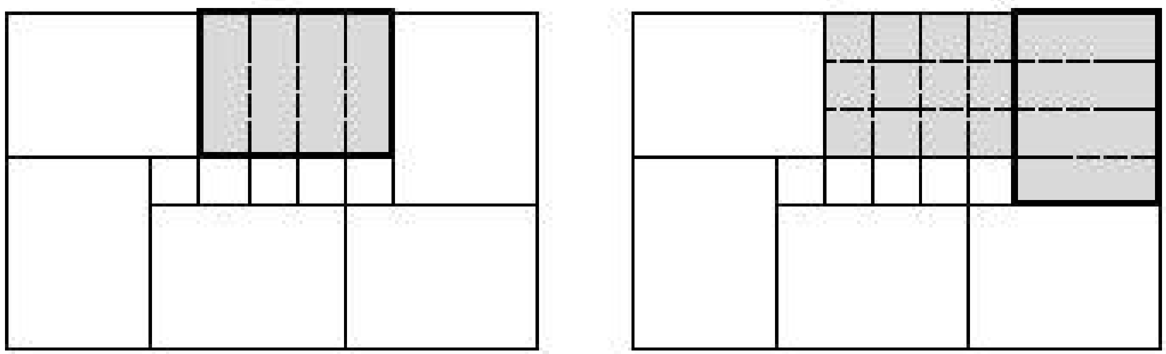


A área desejada é igual à diferença entre a área da metade desse último retângulo e a área do retângulo 2×6 que foi acrescentado, isto é, $\dfrac{112}{2} - 6 \cdot 2 = 56 - 12 = 44\ \text{cm}^2$.

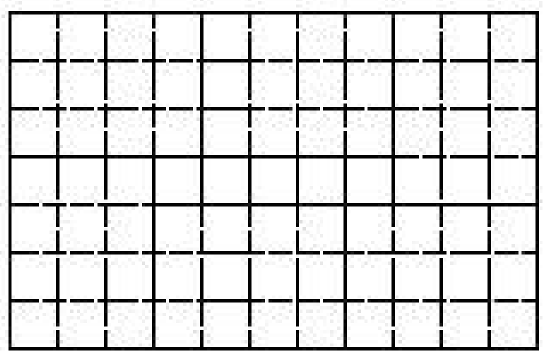
Exercício VI – A partir de seis retângulos iguais e cinco quadrados iguais e formado um retângulo de perímetro 324 cm, como mostrado na figura. Determine a área do retângulo construído.



Solução: Do retângulo cinza destacado a esquerda, concluímos que um dos lados do retângulo mede 4 vezes o lado do quadrado. Assim, como ilustrado na gura da direita, o outro lado do retângulo mede 3 vezes o lado do quadrado.



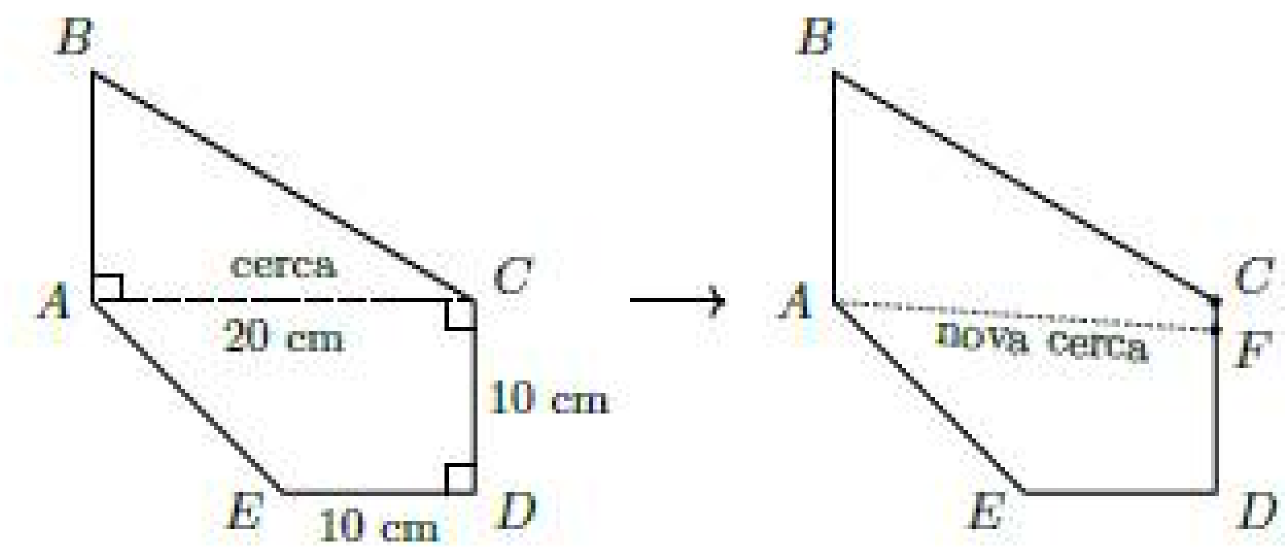
Segue daí que podemos dividir o retângulo em $11 \times 7 = 77$ quadrados, como indicado na figura a seguir.



O perímetro deste retângulo é $11 + 11 + 7 + 7 = 36$ vezes o lado do quadrado. Portanto, o lado do quadrado é $324 \div 36 = 9$ cm e a área do retângulo é $11 \times 7 \times 9^2 = 6237$ cm^2.

Exercício VII – A figura da esquerda representa o terreno de Dona Idalina. Este terreno e dividido em duas partes por uma cerca, representada pelo segmento AC. A parte triangular ABC tem área igual a 120 m^2.

(A) Qual e a area total do terreno?
(B) Dona Idalina quer fazer uma nova cerca, representada pelo segmento AF na gura da direita, de modo a dividir o terreno em duas partes de mesma área. Qual deve ser a distância CF?



Solução.

(A) O terreno de Dona Idalina é formado por um triângulo ABC e por um trapézio $ACDE$. O triângulo ABC tem área igual a 120 m^2. O trapézio $ACDE$ tem base maior $\overline{AC} = 20$ m, tem base menor $\overline{DE} = 10$ m e tem altura $\overline{CD} = 10$ m. Logo a área deste trapézio é igual a $\dfrac{(20+10)10}{2} = 150\ \text{m}^2$. Daí a área total do terreno é igual a

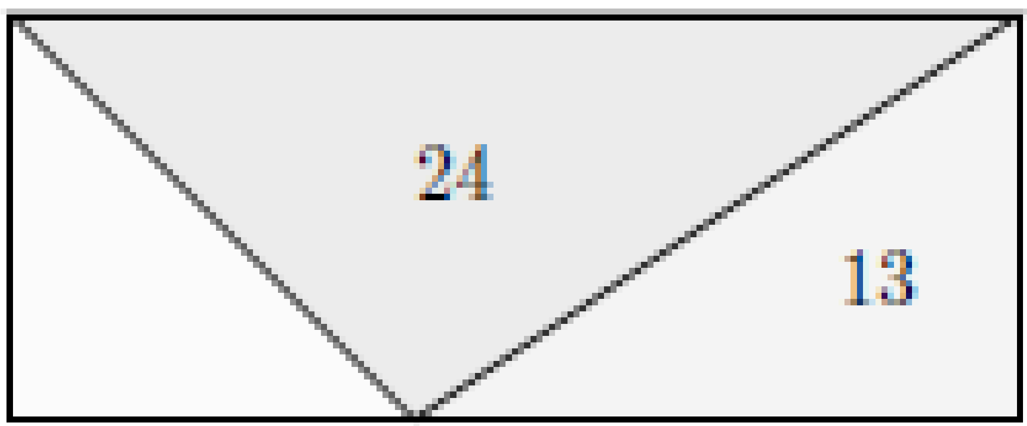
$$\text{área}(ABC) + \text{área}(ACDE) = 120 + 150 = 270\ \text{m}^2.$$

(B) Como o terreno tem 270 m^2, ao dividi-lo em duas partes $ABCF$ e $AFDE$ de áreas iguais, cada uma destas partes deve ter área igual a $\dfrac{270}{2} = 135\ \text{m}^2$. Note que $ABCF$ é um trapézio de base maior $\overline{AB} = 12$ m, base menor $\overline{CF}$ e altura $\overline{AC} = 20$ m. Calculando a área deste trapézio pela fórmula usual e a igualando a 135 m^2, obtemos

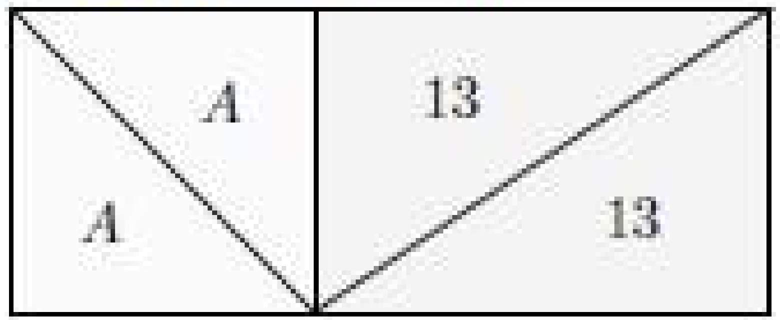
$$\frac{(12 + \overline{CF})20}{2} = 135.$$

Resolvendo esta equação obtemos $\overline{CF} = 1,5$ m.

Exercício VIII - Dois segmentos dividem o retângulo da figura a seguir em três triângulos. Um deles tem área 24 e outro tem área 13. Determine a área do terceiro triângulo.



Solução. Observe a figura a seguir.



Como a diagonal de um retângulo o divide em dois triângulos de mesma área, vemos que o triângulo de área 24 tem como área a soma das áreas do triângulo de área 13 e do triângulo de área desconhecida. Se este triângulo tem área igual a A, então concluímos que $A + 13 = 24$ e, portanto, $A = 24 - 13 = 11$.