

Ciclo 1 – Encontro 2

Princípio Aditivo e Multiplicativo.

Princípio Aditivo

Um conjunto A e B distintos .

A tem m elementos.

B tem n elementos.

Então $A \cup B$ tem $m+n$ elementos .

Exercício 1

Exercício 1: Uma vila tem duas saídas ao norte e duas saídas ao sul. De quantas maneiras é possível sair da vila?

Solução

Devemos escolher uma das duas saídas ao norte ou uma das duas saídas ao sul para sair desta vila.

Logo $2+2=4$ formas de sair desta vila

Exercício 2

Exercício 2. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 7?

Solução

Os múltiplos de 3 são (3 , 6 , 9 , 12 e 15), 5 números são múltiplos de 3.

Os múltiplos de 7 são (7 e 14), 2 números são múltiplos de 7

Os múltiplos de 3 ou 7 são $2 + 5 = 7$.

Exercício 3

Exercício 3. Quantos são os números inteiros entre 1 e 16 que são múltiplos de 3 ou múltiplos de 5?

Solução

Os múltiplos de 3 são (3 , 6 , 9 , 12 e 15), 5 números são múltiplos de 3.

Os múltiplos de 5 são (5 , 10 e 15), 3 números são múltiplos de 5

Os múltiplos de 3 ou 5 são $3 + 5 - 1 = 7$, temos que subtrair 1 pois estes conjunto não são distintos e possuem um elemento em comum logo estes elemento aparece duas vezes então tem que ser descontado

Exercício 4

Exercício 4. Marcelo entrou em uma loja e gostou de 3 calças e de 5 camisas. De quantas maneiras diferentes Marcelo pode comprar uma das peças que ele gostou da loja?

Solução

Existem 3 calças e 5 camisas e Marcelo quer escolher uma peça pra comprar . Portanto Marcelo tem que escolher 1 entre as 3 calças ou 1 entre as 5 camisas.

Logo existem $5 + 3 = 8$ modos de escolher 1 peça de roupa para levar.

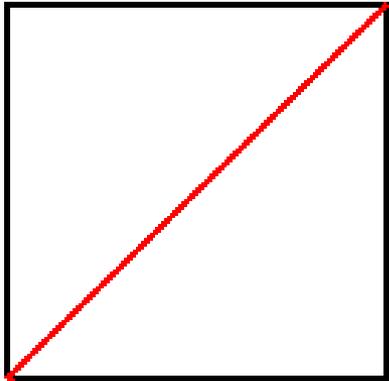
Principio Multiplicativo

Se uma decisão D' pode ser tomada de p modos diferentes e uma decisão D'' independente da primeira pode ser tomada de q modos diferentes . Então o número de maneiras que podemos tomar as decisões D' e D'' consecutivamente é $p \cdot q$.

Exercício 5

Exercício 5: A diagonal divide um quadrado em dois triângulos. De quantas maneiras diferentes podemos pintar um triângulo de azul ou verde, e o outro triângulo de preto, laranja ou marrom?

Solução



Um dos triângulos vc ira pintar de Verde ou Azul e o outro de Preto, Marrom ou Laranja.
existe 2 maneiras de se escolher uma cor para um dos triângulos e 3 maneiras de se escolher uma cor para o outro triângulo.

Portanto a $2 \cdot 3 = 6$ maneiras de se pintar o quadrado completo.

Exercicio 6

Exercício 6: Em uma sala estão 2 meninos e 3 meninas. De quantos modos diferentes podemos escolher um menino e uma menina dessa sala?

Solução

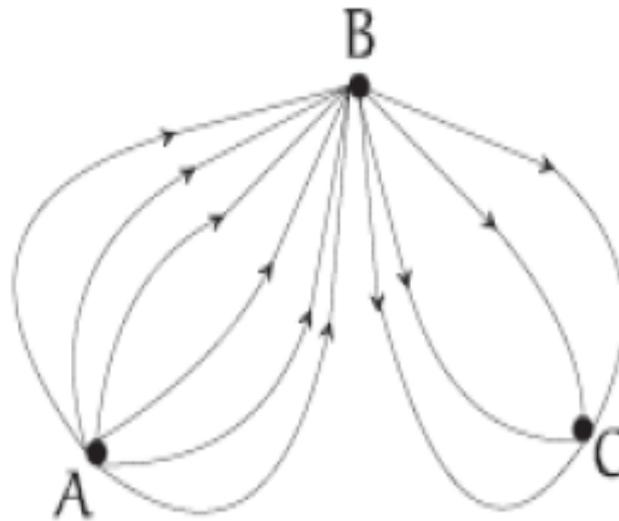
Temos que escolher um entre dois meninos então esta decisão pode ser tomada de 2 formas diferentes.

Temos que escolhe uma entre três meninas então esta decisão pode ser tomada de 3 formas diferentes.

Os modos como podemos escolher uma menina e um menino ao mesmo tempo é $2 \cdot 3 = 6$.

Exercício 7

Exercício 7. No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A a C?



Solução

de A até B existem seis opções de escolha de caminho.

De B até C existem quatro opções de escolha de caminho.

Pra ir de A até C há $6 \cdot 4 = 24$ caminhos possíveis.

Exercicio 8

Exercício 8. Quantos são os números de dois algarismos distintos?

Solução

Temos que escolher dois algarismos que formem um número de dois dígitos para isto o primeiro tem que ser um algarismo que entre 1 e 9 tendo assim 9 possibilidades de escolha, isto é feito pois se pegarmos o zero formaria um número de um dígito.

Para o segundo dígito escolha um algarismo entre 0 e 9 , tendo assim dez possibilidades de escolha .

Aplicando a propriedade multiplicativa temos que $9 \cdot 10 = 90$ é a quantidade de números com dois dígitos

Exercício 9

Exercício 9. Quantos são os números pares de dois algoritmos distintos?

Solução

Temos que escolher dois algarismos que formem um número de dois dígitos para isto o primeiro tem que ser um algarismo que entre 1 e 9 tendo assim 9 possibilidades de escolha, isto é feito pois se pegarmos o zero formaria um número de um dígito.

Para o segundo dígito escolha um dos algarismos (0, 2, 4, 6, 8), tendo assim cinco possibilidades de escolha. Fazemos isso pois todo número par com vimos na aula anterior tem que ser divisível por 2 e para isso o último algarismo do número tem que ser divisível por 2.

Aplicando a propriedade multiplicativa temos que $9 \cdot 5 = 45$ é a quantidade de números com dois dígitos.

Exercício 10

Exercício 10. Suponha que temos uma coleção com 5 livros de álgebra, 7 livros de combinatória e 10 livros de geometria. De quantas maneiras podemos selecionar dois livros de assuntos diferentes?

Solução

a três possibilidades de entregar dois livros diferentes.

A,C para esta as chaces são de $5 \cdot 7 = 35$

A,G para esta as chances são de $5 \cdot 10 = 50$

C,G para esta as chances são de $7 \cdot 10 = 70$

a soma desta possibilidades é igual a sua possibilidade de escolha.

$35 + 50 + 70 = 155$.

Exercício 11

Exercício 11. Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernardo, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.

- (a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.
- (b) Conte o número de possíveis escolhas e verifique que o Princípio Multiplicativo fornece a resposta correta.

Solução

a) Existem quatro pessoas as representarei apenas pela inicial A,B,C e D

possibilidades (A lider, B vice-lider / A lider, C vice-lider / A lider, D vice-lider / B lider, A vice-lider / B lider, C vice-lider / B lider, D vice-lider / C lider, A vice-lider / C lider, B vice-lider / C lider, D vice-lider / D lider, A vice-lider / D lider, B vice-lider / D lider, C vice-lider)

b) contando o número de pessoa se obtem 12 possibilidades
principio multiplicativo é $4 \cdot 3 = 12$ sim está certo

Exercício 12

Exercício 12. Um time de futebol de salão com 5 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão. De quantas maneiras isto pode ser feito?

- (a) Faça uma lista de todas as possíveis escolhas.
- (b) Obtenha a quantidade de elementos desta lista com o uso do Princípio Multiplicativo.

Solução

Isto pode ser feito de $5 \cdot 4 = 20$ maneiras,

a) Os jogadores serão J, J', J'', J''', J''''

(J capitão, J' vice-capitão / J capitão, J'' vice-capitão / J capitão, J''' vice-capitão / J capitão, J'''' vice-capitão / J' capitão, J vice-capitão / J' capitão, J'' vice-capitão / J' capitão, J''' vice-capitão / J' capitão, J'''' vice-capitão / J'' capitão, J vice-capitão / J'' capitão, J' vice-capitão / J'' capitão, J'' vice-capitão / J'' capitão, J''' vice-capitão / J'' capitão, J'''' vice-capitão / J''' capitão, J vice-capitão / J''' capitão, J' vice-capitão / J''' capitão, J'' vice-capitão / J''' capitão, J'''' vice-capitão / J'''' capitão, J vice-capitão / J'''' capitão, J' vice-capitão / J'''' capitão, J'' vice-capitão)

b) Metodo multiplicativo $5 \cdot 4 = 20$ maneiras de ser feito isto .

Exercício 13

Exercício 13. Considere as seguintes letras A, B, C, D, E, F.

- (a) Quantos anagramas, com duas letras diferentes, podem ser formados com duas destas 6 letras?
- (b) Quantos anagramas, com duas letras diferentes, e que possuem a letra A, podem ser formados com duas destas 6 letras?
- (c) Quantos anagramas de duas letras, começando com uma consoante e terminando com uma vogal, podem ser formados com estas letras?

Solução

a) $6.5=30$

b) $5.1+1.5=10$

c) $4.2=8$

Exercício 14

Exercício 14. Um time de futebol de campo com 11 jogadores precisa eleger um capitão e um vice-capitão.

- (a) De quantas maneiras esta escolha pode ser feita?
- (b) Neste caso é viável listar todas estas possibilidades?

Solução

a) $11 \cdot 10 = 110$

b) não é viável pois listar 110 opções iria demorar muito e provavelmente errariamos em muitas opções.

Exercício 15

Exercício 15.

- (a) De quantas maneiras podemos dar um livro de literatura e um livro de poesia a uma classe com 10 pessoas, de modo que os livros não sejam dados a uma mesma pessoa?

- (b) E se os livros puderem ser entregues para uma mesma pessoa?

Solução

a) $10 \cdot 9 = 90$

b) $10 \cdot 10 = 100$