**Lista de Exercícios**

1) Mostrar que todo inteiro ímpar é da forma 4k + 1 ou 4k + 3.

se 4k for:

4 x par = par / 4 x ímpar = par

Ou seja, 4k, é igual a par.

Par + 1 ou 3 (ímpares) = ímpar.

2) Sendo a e b dois inteiros quaisquer, mostrar que os inteiros a e a + 2b têm sempre a mesma paridade.

No caso de 2b for:

Par:

Par x par (2) = par

Ímpar:

Ímpar x par (2) = par

Então podemos concluir que 2b é par.

No caso de a ser par;

par (a) + par (2b) = par

No caso de a ser ímpar;

Ímpar (a) + par (2b) = ímpar

Sempre que a for ímpar ou par, a + 2b também será, pois ímpar e par, somados a par, sempre são eles mesmos

3) Sendo m e n dois inteiros quaisquer, mostrar que os inteiros m + n e m – n têm sempre a mesma paridade.

Resposta: se ambos os números forem pares;

Par + par = par (ex. 4 + 6 = 10)

Par – par = par (ex. 8 – 2 = 6)

Se ambos forem ímpares;

Ímpar + ímpar = par (ex. 3 + 5 = 8)

Ímpar – ímpar = par (ex. 9 – 7 = 2)

Se um número for par, e o outro ímpar

Ímpar + par = ímpar (ex. 4 + 3 = 7)

Ímpar – par = ímpar (ex. 7 – 2 = 5)

4) Determinar os inteiros positivos que divididos por 17 deixam um resto igual ao quadrado do quociente.

38, 60 e 84.

5) Demonstrar:

1. Se “a “ é um inteiro ímpar, então 24 | a($a^{2}$– 1).
2. Se “a” e “b” são inteiros ímpares, então 8 |$a^{2}−b^{2}$

6) Prove que o produto de dois números inteiros é ímpar se, e somente se, ambos os números são ímpares.

3 x 5 = 15.// 5+5+5=15. pois se você somar um número ímpar, um número ímpar de vezes, o resultado sempre será ímpar

7) Prove que, quaisquer que sejam os inteiros a e b, a expressão a + b + $a^{2}+b^{2}$representa um par.

N = par,
pois se a operação for( vamos usar o I para ímpar e P para par) a sendo par e b sendo ímpar seria o mesmo que a sendo ímpar e b sendo par. Então:
I + I² + P + P ². todo par multiplicado por outro par (no caso ele mesmo) é par, assim como todo ímpar multiplicado por ímpar é ímpar, então
Par + par + ímpar + ímpar=
par + par= par
Ímpar + ímpar= par
P + p = p.
E, no caso de todos os números forem pares seria par +par +par +par. = Par
E no caso de todos serem ímpares, seria: ímpar + ímpar + ímpar + ímpar= par +par=par.

8) Mostre que entre dois números pares consecutivos um e divisível por 4.

2, 4, 6, 8, 10, 12,14, 16…

Todos os números sublinhados são divisíveis por 4.

9) Onze engrenagens estão colocadas em um plano, arrumadas em uma cadeia como está ilustrado na figura a seguir. Todas as engrenagens podem rodar simultaneamente?



Sim, elas rodarão simultaneamente, pois estão em cadeia, ou seja, se uma rodar, todas rodam.

10) Em um tabuleiro de xadrez, um cavalo sai do quadrado a1 e retorna para a mesma posição depois de vários movimentos. Mostre que o cavalo fez um número par de movimentos.

Pois a quantidade de movimentos que ele faz no tabuleiro para ir, terá que ser a mesma que ele usa para voltar

11) E possível um cavalo começar na posição a1 de um tabuleiro de xadrez e terminar em h8 visitando cada um dos quadrados restantes exatamente uma vez ao longo do caminho?

12) Três gafanhotos estão brincando ao longo de uma linha. Na sua vez, cada gafanhoto pode pular sobre um outro gafanhoto, mas não sobre os outros dois. Eles podem retornar para suas posições iniciais após 2011 movimentos?

Cada gafanhoto, pulará duas vezes, uma para cada gafanhoto sobressalente. Cada um dos três terá de pular uma vez para o primeiro gafanhoto voltar a sua posição inicial. Ou seja 2 x 3 = 6. se multiplicarmos 6 por 325 (ou simplesmente dividir 6 por 2011, este será o resultado mais próximo). Então o gafanhoto do início, estará no final. Como a multiplicação deu 2010, e a questão pede 2011, basta adicionar um e, sim, o gafanhoto voltará a posição inicial.