

## Encontro 04.

### Resposta dos exercícios

- I **Medida do cateto** – O segmento  $CF$ , cujo comprimento queremos calcular, é um cateto do triângulo retângulo  $\triangle CDF$ . O Teorema de Pitágoras, aplicado a esse triângulo, diz que  $(CD)^2 = (CF)^2 + (FD)^2 = (CF)^2 + 24^2$  e, daí, tiramos  $(CF)^2 = (CD)^2 - 24^2$ . Ou seja, para encontrar  $CF$  basta conhecer  $CD$ . Como os lados opostos de um retângulo (e, mais geralmente, de um paralelogramo) são iguais, temos  $CD = AB$ . Nosso objetivo, então, passa a ser o cálculo de  $AB$ . Para isso, olhemos para o triângulo  $\triangle ABE$ . Sua área é

$$\frac{1}{2}(AE \times BE) = \frac{1}{2}(15 \times BE) = 150,$$

donde tiramos  $BE = 20$ . O Teorema de Pitágoras aplicado a esse triângulo nos dá  $(AB)^2 = (AE)^2 + (BE)^2 = 15^2 + 20^2 = 625 = 25^2$ , donde  $AB = 25$ . Logo,  $CD = AB = 25$  e, de acordo com nossa observação anterior, obtemos

$$(CF)^2 = (CD)^2 - 24^2 = 25^2 - 24^2 = (25 + 24)(25 - 24) = 49.$$

Assim,  $CF = 7$ .

Observe que a solução independe da medida dos lados  $AD$  e  $BE$ .

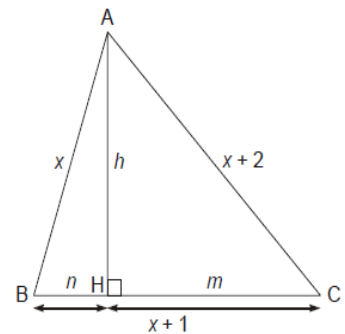
### II (alternativa D)

Colocando  $AB = x$  temos  $BC = x + 1$  e  $AC = x + 2$ . Seja  $AH = h$  a altura relativa a  $BC$ . Aplicando o Teorema de Pitágoras aos triângulos  $ABH$  e  $AHC$  obtemos  $n^2 + h^2 = x^2$  e  $(x + 2)^2 = m^2 + h^2$ . Segue que  $h^2 = x^2 - n^2$  e  $h^2 = (x + 2)^2 - m^2$ , donde  $(x + 2)^2 - m^2 = x^2 - n^2$ , ou seja,  $(x + 2)^2 - x^2 = m^2 - n^2$ .

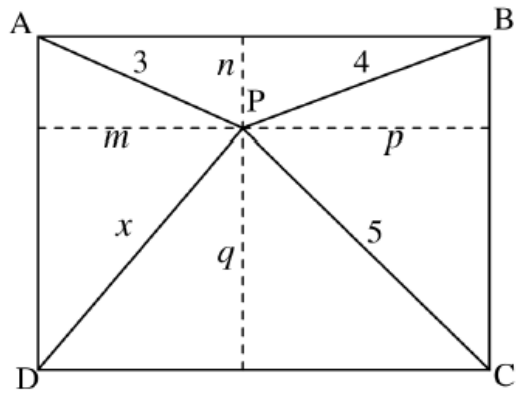
Usando a identidade  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  obtemos então

$$(x + 2 - x)(x + 2 + x) = (m - n)(m + n)$$

Como  $m + n = x + 1$  segue que  $2(2x + 2) = (m - n)(m + n)$ , segue que, donde  $4(x + 1) = (m - n)(x + 1)$ . Como  $x + 1 \neq 0$  podemos dividir ambos os membros desta última expressão por  $x + 1$  e obtemos finalmente  $m - n = 4$ .



- III Traçando por  $P$  paralelas aos lados do retângulo, temos a situação da figura abaixo.



Usaremos o Teorema de Pitágoras quatro vezes.

$$m^2 + n^2 = 9 \quad p + q = 25$$

Somando,

$$m^2 + q^2 + n^2 + p^2 = 34 \quad x^2 + 16 = 34 \quad x = 3\sqrt{2}.$$