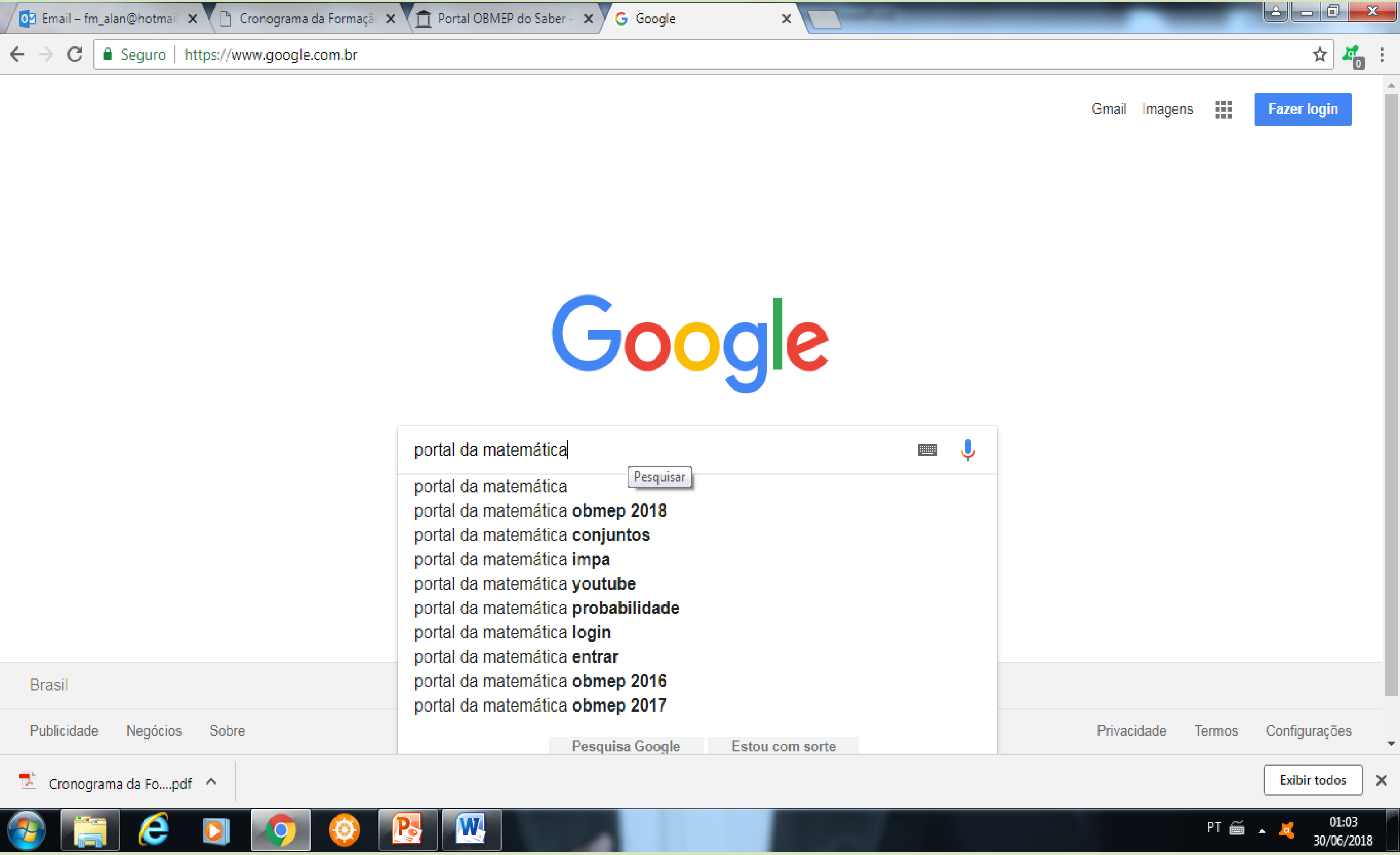
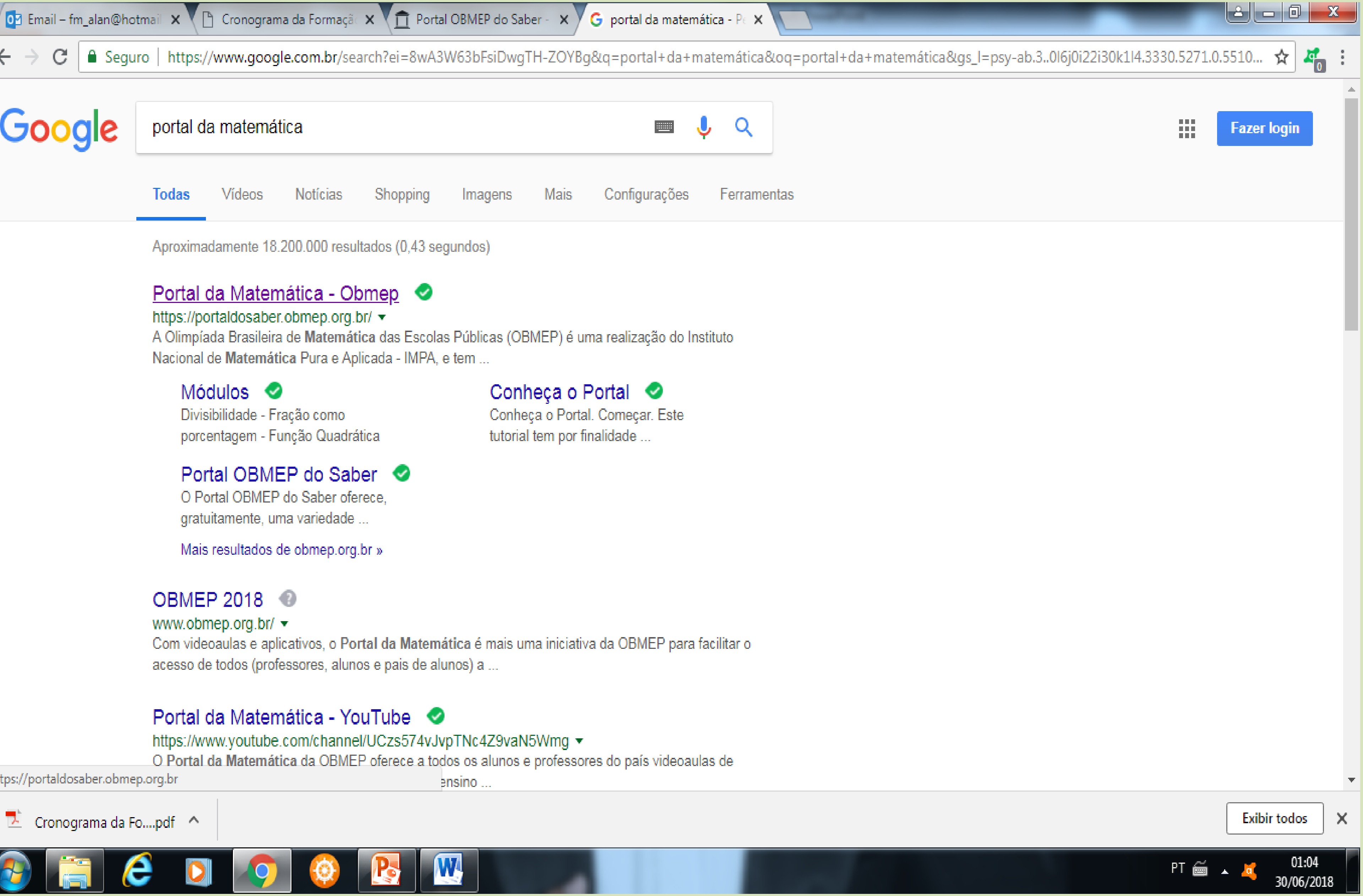
Projeto de Iniciação Científica de Matemática 2018

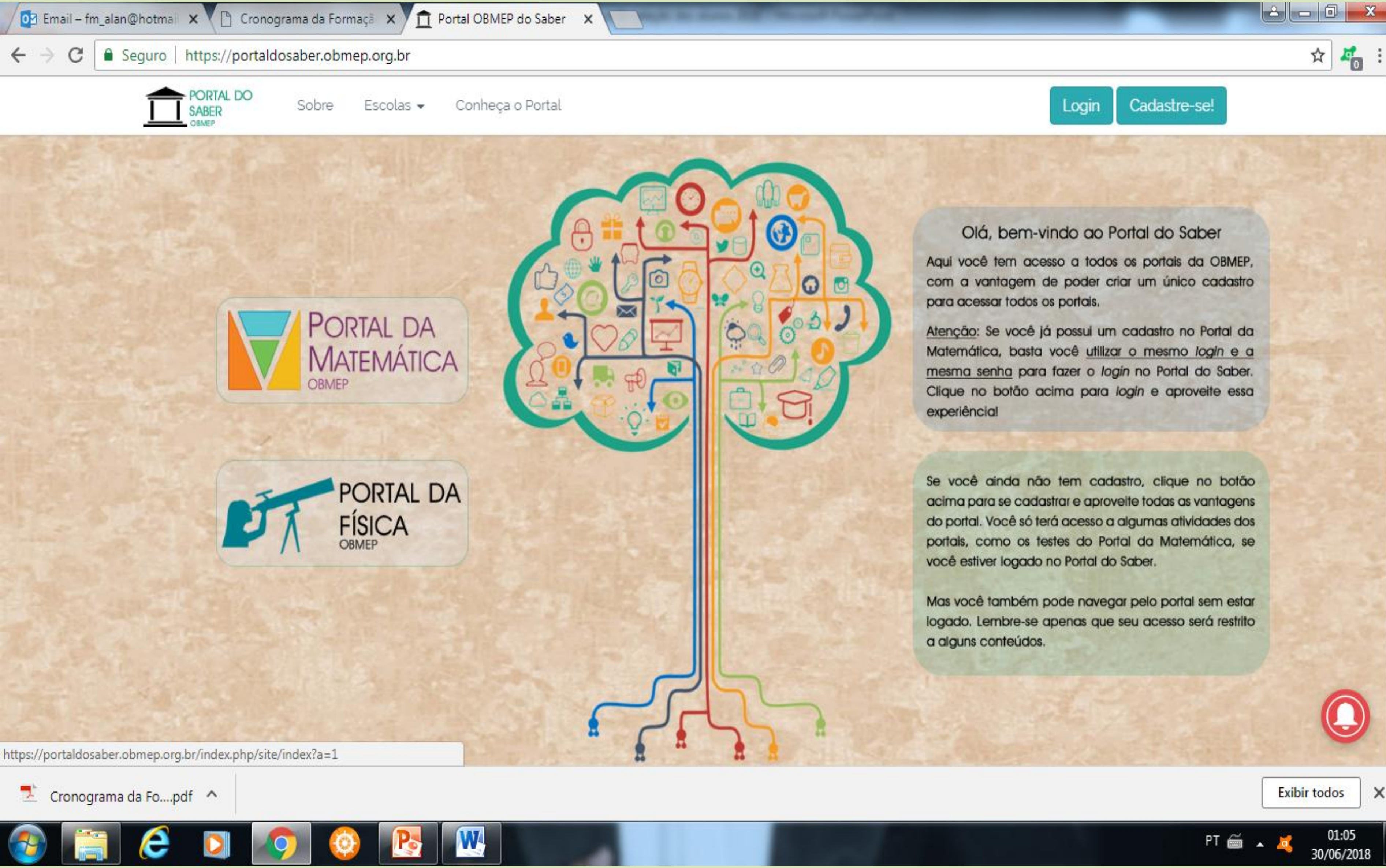
Prof. Orientador: Alan Marques

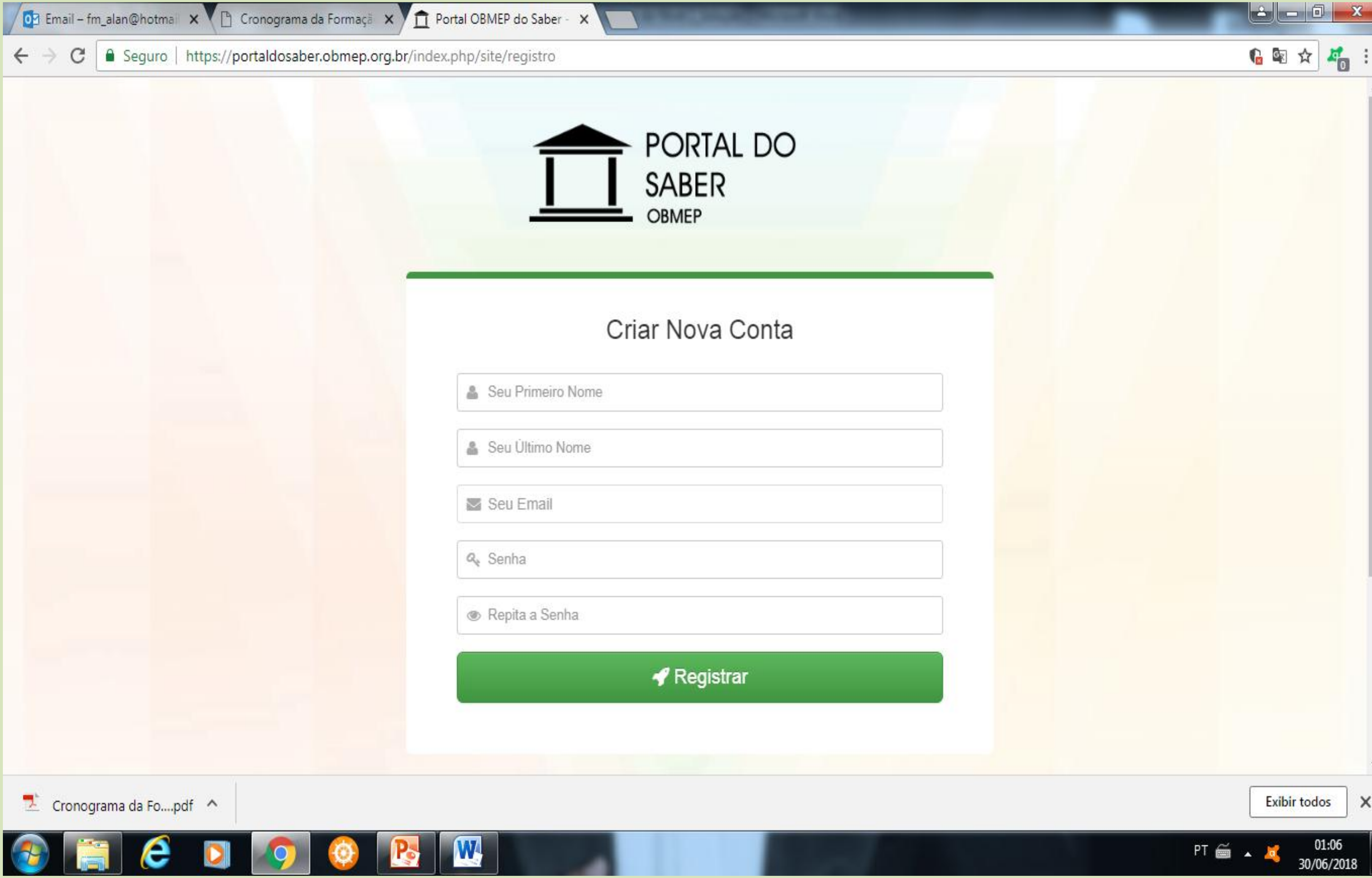
Código: P45483368

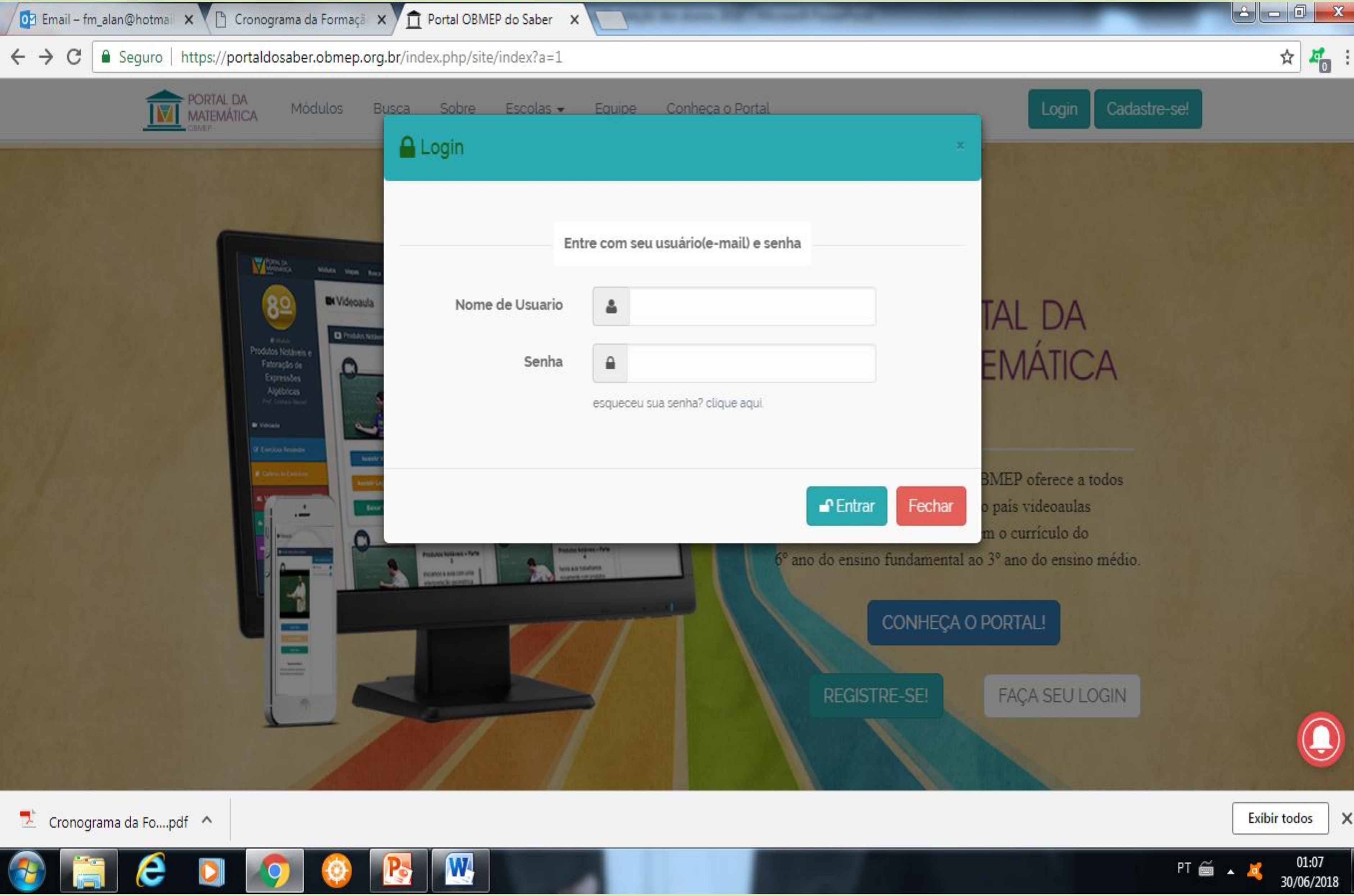
Nível 02

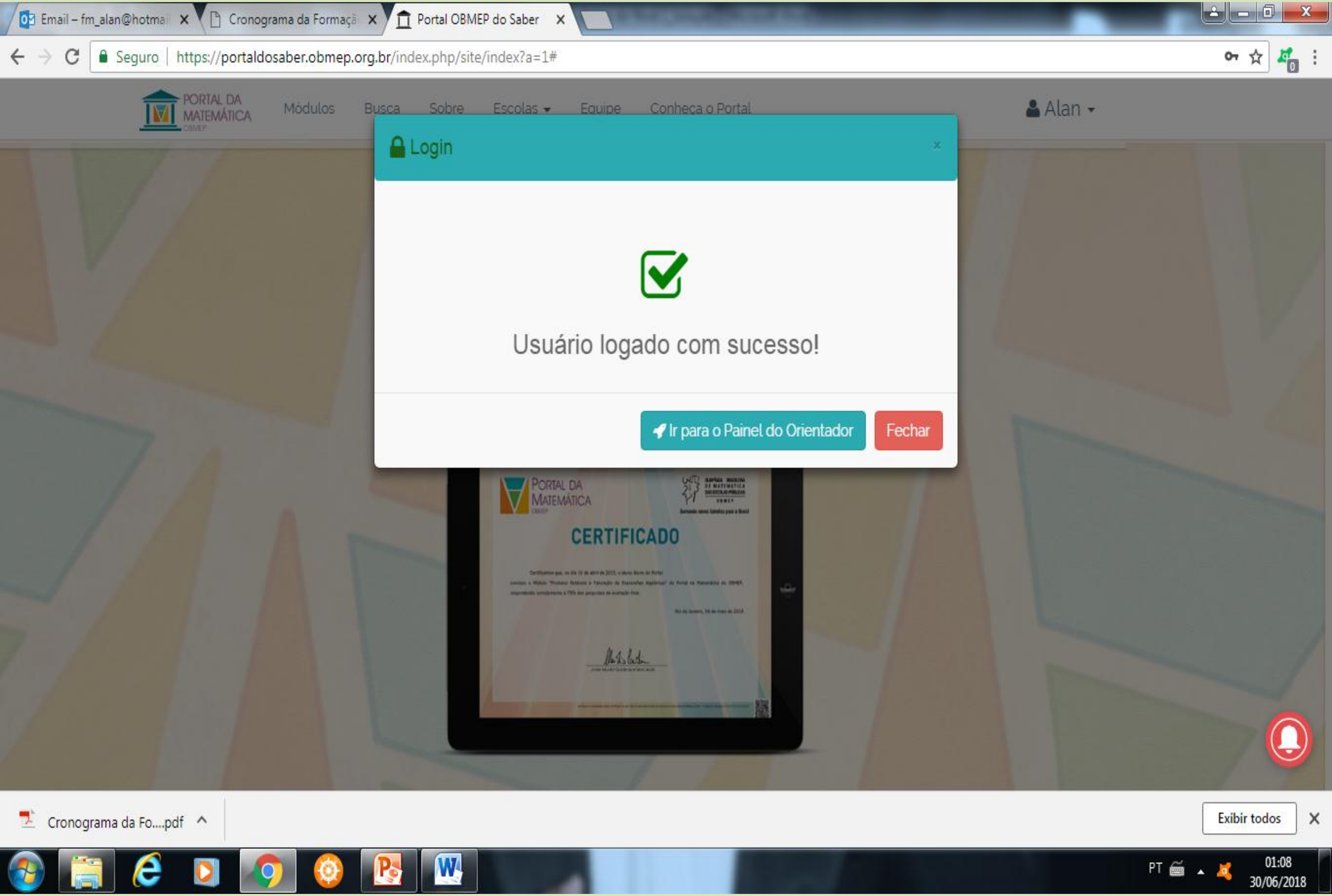

Email – fm_alan@hotmail
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber -
Google
Seguro
https://www.google.com.br
Gmail
Imagens
Fazer login
Google
portal da matemática
Pesquisar
portal da matemática
portal da matemática **obmep 2018**
portal da matemática **conjuntos**
portal da matemática **impa**
portal da matemática **youtube**
portal da matemática **probabilidade**
portal da matemática **login**
portal da matemática **entrar**
portal da matemática **obmep 2016**
portal da matemática **obmep 2017**
Pesquisa Google
Estou com sorte
Brasil
Publicidade
Negócios
Sobre
Privacidade
Termos
Configurações
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:03
30/06/2018

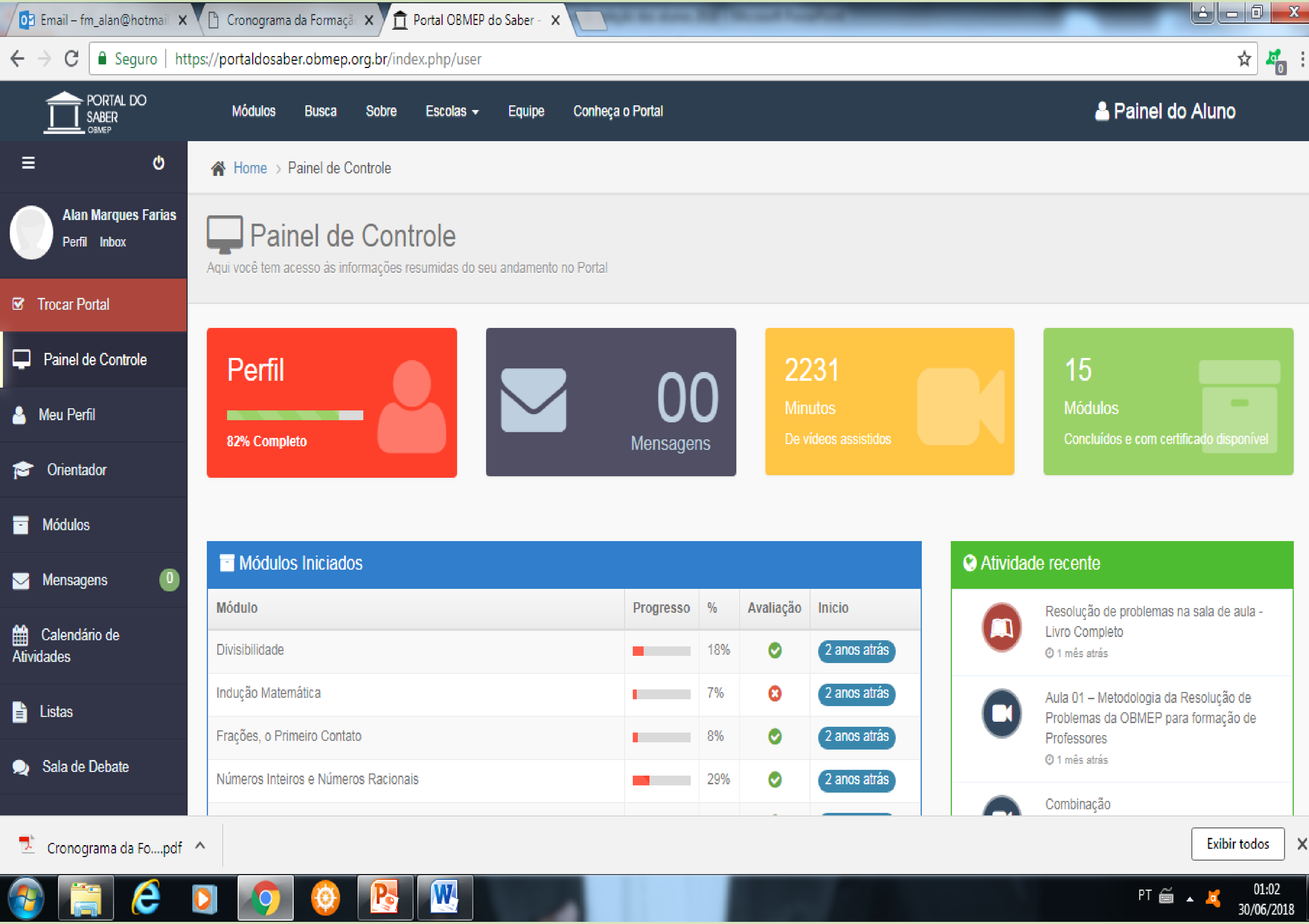

Email – fm_alan@hotmai
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber -
portal da matemática - P
Seguro
https://www.google.com.br/search?ei=8wA3W63bFsiDwgTH-ZOYBg&q=portal+da+matemática&oq=portal+da+matemática&gs_l=psy-ab.3..0l6j0i22i30k1l4.3330.5271.0.5510...
Google
portal da matemática
Fazer login
Todas
Vídeos
Notícias
Shopping
Imagens
Mais
Configurações
Ferramentas
Aproximadamente 18.200.000 resultados (0,43 segundos)
Portal da Matemática - Obmep
https://portaldosaber.obmep.org.br/
A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, e tem ...
Módulos
Divisibilidade - Fração como porcentagem - Função Quadrática
Conheça o Portal
Conheça o Portal. Começar. Este tutorial tem por finalidade ...
Portal OBMEP do Saber
O Portal OBMEP do Saber oferece, gratuitamente, uma variedade ...
Mais resultados de obmep.org.br »
OBMEP 2018
www.obmep.org.br/
Com videoaulas e aplicativos, o Portal da Matemática é mais uma iniciativa da OBMEP para facilitar o acesso de todos (professores, alunos e pais de alunos) a ...
Portal da Matemática - YouTube
https://www.youtube.com/channel/UCzs574vJvpTNc4Z9vaN5Wmg
O Portal da Matemática da OBMEP oferece a todos os alunos e professores do país videoaulas de
ensino ...
tps://portaldosaber.obmep.org.br
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:04
30/06/2018

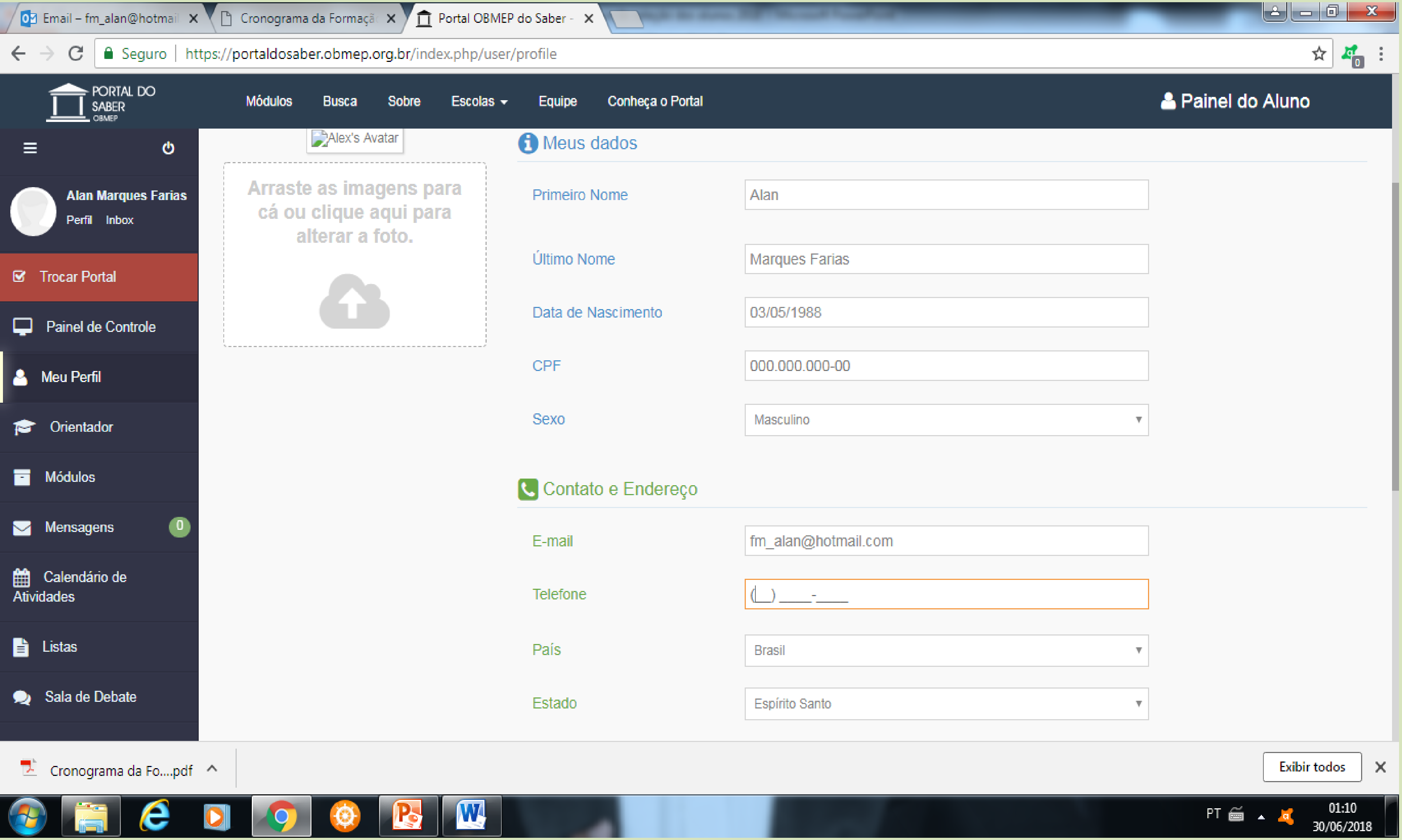

Email – fm_alan@hotmai
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber
Seguro
https://portaldosaber.obmep.org.br
PORTAL DO SABER OBMEP
Sobre
Escolas
Conheça o Portal
Login
Cadastre-se!
PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP
PORTAL DA FÍSICA OBMEP
Olá, bem-vindo ao Portal do Saber
Aqui você tem acesso a todos os portais da OBMEP, com a vantagem de poder criar um único cadastro para acessar todos os portais.
Atenção: Se você já possui um cadastro no Portal da Matemática, basta você utilizar o mesmo login e a mesma senha para fazer o login no Portal do Saber. Clique no botão acima para login e aproveite essa experiência!
Se você ainda não tem cadastro, clique no botão acima para se cadastrar e aproveite todas as vantagens do portal. Você só terá acesso a algumas atividades dos portais, como os testes do Portal da Matemática, se você estiver logado no Portal do Saber.
Mas você também pode navegar pelo portal sem estar logado. Lembre-se apenas que seu acesso será restrito a alguns conteúdos.
https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/index?a=1
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:05
30/06/2018

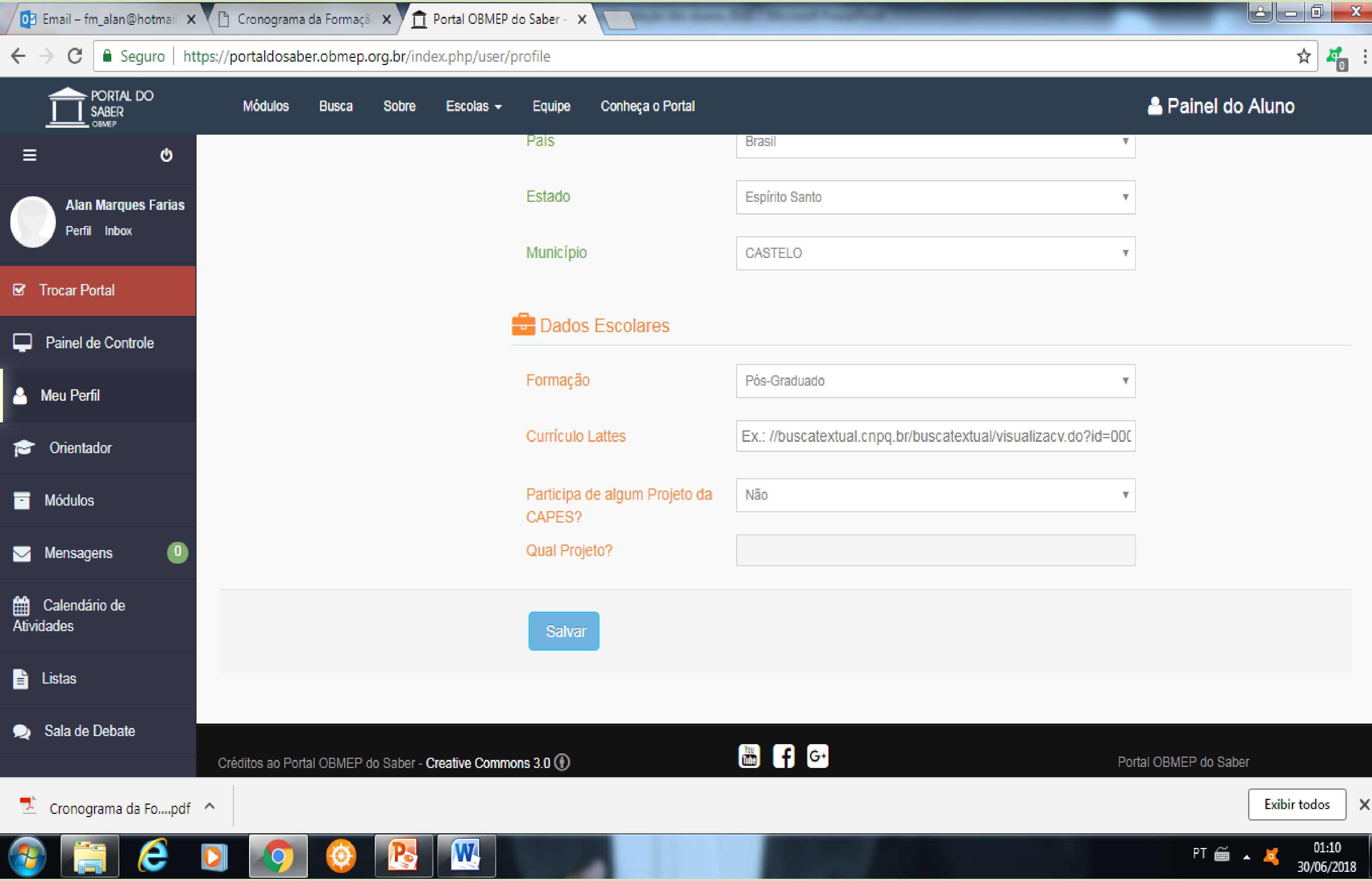

Email – fm_alan@hotmail
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber -
Seguro
https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/registro
PORTAL DO SABER
OBMEP
Criar Nova Conta
Seu Primeiro Nome
Seu Último Nome
Seu Email
Senha
Repita a Senha
Registrar
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:06
30/06/2018


Email – fm_alan@hotma
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber
Seguro
https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/index?a=1
PORTAL DA MATEMÁTICA
Módulos
Busca
Sobre
Escolas
Equipe
Conheça o Portal
Login
Cadastre-se!
Login
Entre com seu usuário(e-mail) e senha
Nome de Usuario
Senha
esqueceu sua senha? clique aqui.
Entrar
Fechar
TAL DA
EMÁTICA
BMEP oferece a todos
o país videoaulas
m o currículo do
6° ano do ensino fundamental ao 3° ano do ensino médio.
CONHEÇA O PORTAL!
REGISTRE-SE!
FAÇA SEU LOGIN
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:07
30/06/2018

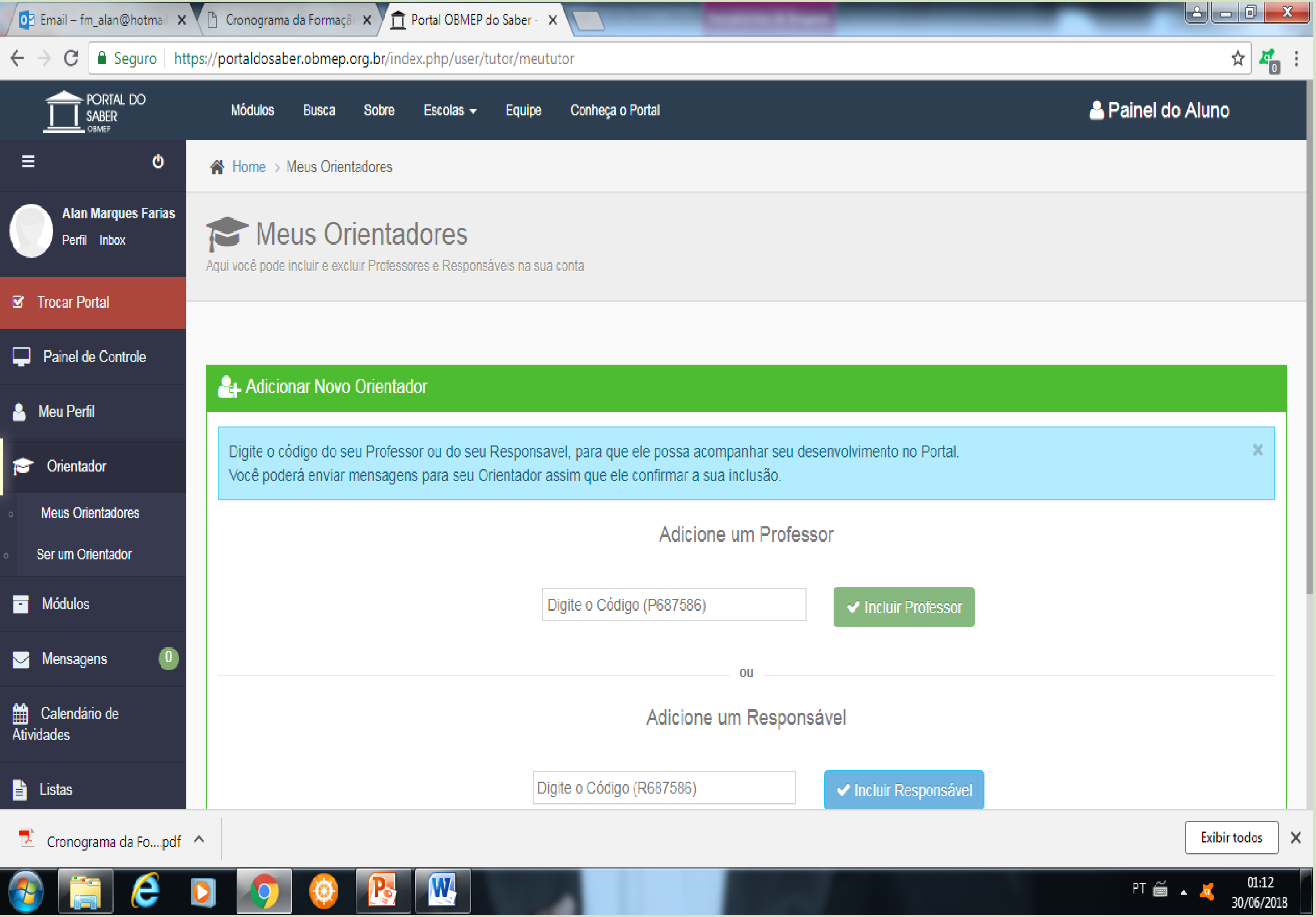

Email – fm_alan@hotmai
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber
Seguro
https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/index?a=1#
PORTAL DA MATEMÁTICA
Módulos
Busca
Sobre
Escolas
Equipe
Conheça o Portal
Alan
Login
Usuário logado com sucesso!
Ir para o Painel do Orientador
Fechar
PORTAL DA MATEMÁTICA
CERTIFICADO
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:08
30/06/2018


Email – fm_alan@hotmail
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber -
Seguro
https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/user
PORTAL DO SABER OBMEP
Módulos
Busca
Sobre
Escolas
Equipe
Conheça o Portal
Painel do Aluno
Home
Painel de Controle
Alan Marques Farias
Perfil Inbox
Trocar Portal
Painel de Controle
Meu Perfil
Orientador
Módulos
Mensagens
0
Calendário de Atividades
Listas
Sala de Debate
Painel de Controle
Aqui você tem acesso às informações resumidas do seu andamento no Portal
Perfil
82% Completo
00
Mensagens
2231
Minutos
De vídeos assistidos
15
Módulos
Concluídos e com certificado disponível
Módulos Iniciados
Módulo
Progresso
%
Avaliação
Inicio
Divisibilidade
18%
2 anos atrás
Indução Matemática
7%
2 anos atrás
Frações, o Primeiro Contato
8%
2 anos atrás
Números Inteiros e Números Racionais
29%
2 anos atrás
Atividade recente
Resolução de problemas na sala de aula - Livro Completo
1 mês atrás
Aula 01 – Metodologia da Resolução de Problemas da OBMEP para formação de Professores
1 mês atrás
Combinação
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:02
30/06/2018


Email – fm_alan@hotmai
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber -
Seguro
https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/user/profile
PORTAL DO SABER OBMEP
Módulos
Busca
Sobre
Escolas
Equipe
Conheça o Portal
Painel do Aluno
Alex's Avatar
Arraste as imagens para cá ou clique aqui para alterar a foto.
Meus dados
Primeiro Nome
Alan
Último Nome
Marques Farias
Data de Nascimento
03/05/1988
CPF
000.000.000-00
Sexo
Masculino
Contato e Endereço
E-mail
fm_alan@hotmail.com
Telefone
País
Brasil
Estado
Espírito Santo
Alan Marques Farias
Perfil
Inbox
Trocar Portal
Painel de Controle
Meu Perfil
Orientador
Módulos
Mensagens
0
Calendário de Atividades
Listas
Sala de Debate
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:10
30/06/2018



Email – fm_alan@hotmai
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber -
Seguro
https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/user/profile
PORTAL DO SABER OBMEP
Módulos
Busca
Sobre
Escolas
Equipe
Conheça o Portal
Painel do Aluno
Alan Marques Farias
Perfil
Inbox
Trocar Portal
Painel de Controle
Meu Perfil
Orientador
Módulos
Mensagens
0
Calendário de Atividades
Listas
Sala de Debate
País
Brasil
Estado
Espírito Santo
Município
CASTELO
Dados Escolares
Formação
Pós-Graduado
Currículo Lattes
Ex.: //buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=000
Participa de algum Projeto da CAPES?
Não
Qual Projeto?
Salvar
Créditos ao Portal OBMEP do Saber - Creative Commons 3.0
Portal OBMEP do Saber
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:10
30/06/2018


Email – fm_alan@hotmai
Cronograma da Formaçã
Portal OBMEP do Saber -
Seguro
https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/user/tutor/meututor
PORTAL DO SABER
OBMEP
Módulos
Busca
Sobre
Escolas
Equipe
Conheça o Portal
Painel do Aluno
Home
Meus Orientadores
Alan Marques Farias
Perfil
Inbox
Meus Orientadores
Aqui você pode incluir e excluir Professores e Responsáveis na sua conta
Trocar Portal
Painel de Controle
Meu Perfil
Orientador
Meus Orientadores
Ser um Orientador
Módulos
Mensagens
0
Calendário de Atividades
Listas
Adicionar Novo Orientador
Digite o código do seu Professor ou do seu Responsavel, para que ele possa acompanhar seu desenvolvimento no Portal.
Você poderá enviar mensagens para seu Orientador assim que ele confirmar a sua inclusão.
Adicione um Professor
Digite o Código (P687586)
Incluir Professor
ou
Adicione um Responsável
Digite o Código (R687586)
Incluir Responsável
Cronograma da Fo....pdf
Exibir todos
PT
01:12
30/06/2018

01) A soma dos algarismos do número $10^{1500} + 10^{1792} + 10^{1822} + 10^{1888} + 10^{1889}$ é igual a

(A) 1 (B) 5 (C) 10 (D) 1889 (E) 8891

1) Resposta: A soma dos algarismos do número é 5(**Alternativa B**).

Solução: A escrita decimal de um número natural do tipo 10^n é formada do algarismo 1 seguido de n algarismos 0. Como os expoentes $1500, 1792, 1822, 1888$ e 1889 das potências de 10 são todos diferentes, então a escrita decimal da soma

$$10^{1500} + 10^{1792} + 10^{1822} + 10^{1888} + 10^{1889}$$

é formada de 5 algarismos 1, colocados nas casas decimais correspondentes aos expoentes acima, completada pelo algarismo 0 nas outras casas. Logo a soma dos algarismos desse número é igual a 5.

02) Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. O número de empates do torneio foi

Time	Pontos
Cruzínthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Greminense	2

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2) Resposta: No torneio de futebol houve 5 empates (**Alternativa D**).

Solução: Como são 4 times o torneio teve 6 jogos e cada time jogou 3 vezes. Em cada jogo disputam-se 3 pontos que ficam com o ganhador, ou 2 pontos quando há empate e cada time fica com 1 ponto. Assim, a soma mínima de pontos de um torneio de 6 jogos é $6 \times 2 = 12$, no caso em que todos empatam entre si. Como a tabela mostra que a soma de todos os pontos disputados é $5 + 3 + 3 + 2 = 13$, então houve apenas 1 vitória, claro a do time campeão, o Cruzinthians, sobre o time que ficou em último lugar, o Greminense. Os demais jogos terminaram todos empatados. Logo o torneio teve 5 empates e 1 vitória.

03) Se $\frac{1}{a+11} = \frac{37}{73}$ então $\frac{1}{a+13}$ é igual a

(A) $\frac{37}{78}$ (B) $\frac{42}{78}$ (C) $\frac{37}{98}$ (D) $\frac{37}{75}$ (E) $\frac{37}{147}$

3) **Resposta:** $\frac{1}{a+13} = \frac{37}{147}$ **(Alternativa E).**

Solução: Temos $\frac{1}{a+11} = \frac{37}{73}$, logo $a + 11 = \frac{73}{37}$. Portanto $a + 13 = \frac{73}{37} + 2 = \frac{147}{37}$. Logo $\frac{1}{a+13} = \frac{37}{147}$.

04) Um grupo de amigos acabou de comer uma pizza. Se cada um der R$ 8,00 faltarão R$ 2,50 para pagar a pizza e se cada um der R$ 9,00 sobrarão R$ 3,50. Então o preço da pizza é igual a

(A) R$ 45,50 (B) R$ 48,50 (C) R$ 50,50 (D) R$ 52,50 (E) R$ 54,50

4) Resposta: A pizza custou R$ 50,50 (**Alternativa C**).

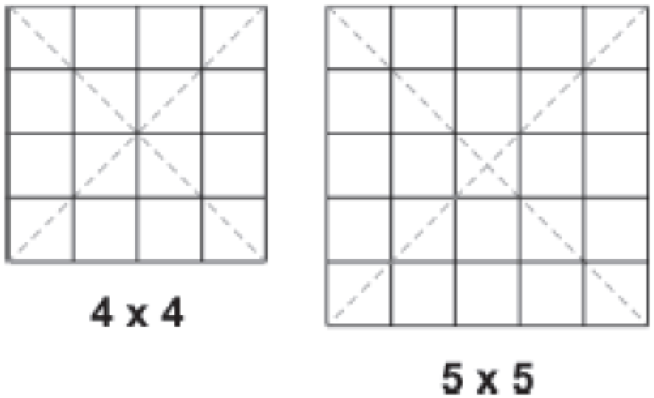
1ª *Solução*. Representando o número de amigos por n, temos:
Se cada um der 8 reais, faltam 2,50. Logo o preço da pizza é igual a $8n + 2{,}50$.
Se cada um der 9 reais, sobram 3,50. Logo o preço da pizza é igual a $9n - 3{,}50$.
Igualando, temos

$$8n + 2{,}5 = 9n - 3{,}5$$

Portanto $n = 6$ e a pizza custou $8 \times 6 + 2{,}50 = 50{,}50$ reais.

2ª *Solução*. Quando cada amigo deu R$ 1,00 a mais, a quantia arrecadada aumentou de $2{,}50 + 3{,}50 = 6{,}00$ reais. Logo há 6 amigos e o preço da pizza é $8 \times 6 + 2{,}50 = 50{,}50$ reais.

05) Observe que no tabuleiro 4 x 4 as duas diagonais cortam 8 quadradinhos. Já no tabuleiro 5 x 5, as duas diagonais cortam 9 quadradinhos. O tabuleiro no qual as diagonais cortam 77 quadradinhos tem a forma



(A) 35×35 (B) 36×36 (C) 37×37

(D) 38×38 (E) 39×39

5) **Resposta**: O formato do tabuleiro é 39×39 (**Alternativa E**).

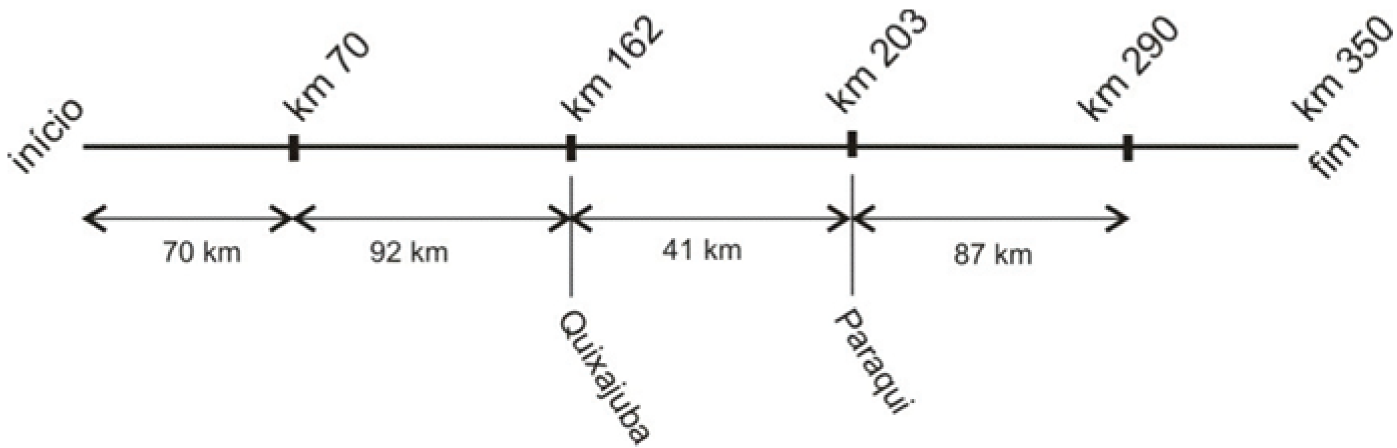
Solução: Num tabuleiro quadrado $n \times n$ cada diagonal corta n quadradinhos. Por causa da simetria dos tabuleiros quadrados, temos dois casos: (i) se n é par (por exemplo, no tabuleiro 4×4) as duas diagonais se cortam num vértice (o vértice central). Nesse caso as duas diagonais cortam exatamente $n + n = 2n$ quadradinhos, uma quantidade par. (ii) se n é ímpar (por exemplo, no tabuleiro 5×5) as duas diagonais se cortam no centro de um quadradinho (o quadradinho central). Nesse caso, o quadradinho central é cortado duas vezes, uma por cada diagonal. Logo, as duas diagonais cortam no total $n + n - 1 = 2n - 1$ quadradinhos, uma quantidade ímpar. Como 77 é ímpar então n é ímpar e $77 = 2n - 1$. Logo $n = 39$ e o nosso tabuleiro tem formato39×39.

06) A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando Quixajuba a 92 km. No quilômetro 290 há uma placa indicando Paraqui a 87 km. A distância entre Quixajuba e Paraqui, em km, é igual a

(A) 5 (B) 41 (C) 128 (D) 179 (E) 215

6) Resposta: A distância entre Quijaxuja e Paraqui é de $41\ km$ (Alternativa B).

Solução: Na figura a seguir, admitimos que a estrada de $350\ km$ começa à esquerda e termina à direita.



Notamos que a cidade de Quixajuba não pode estar à esquerda do quilômetro 70, pois nesse caso ela estaria antes do início da estrada, já que $92 > 70$. Logo ela está à direita do quilômetro 70 e fica no quilômetro $70 + 92 = 162$ da estrada. Do mesmo modo vemos que Paraqui está à esquerda do quilômetro 290, pois $290 + 87 = 377$ passa de $350\ km$. Logo Paraqui fica no quilômetro $290 - 87 = 203$. Portanto, a distância entre as duas cidades é $203 - 162 = 41$quilômetros.

07) Do lado de fora de um quadrado $ABCD$ marque pontos P e Q de modo que os triângulos ABP e BCQ sejam ambos equiláteros. O ângulo $P\hat{Q}B$ mede

(A) 10^0 (B) 15^0 (C) 20^0 (D) 25^0 (E) 30^0

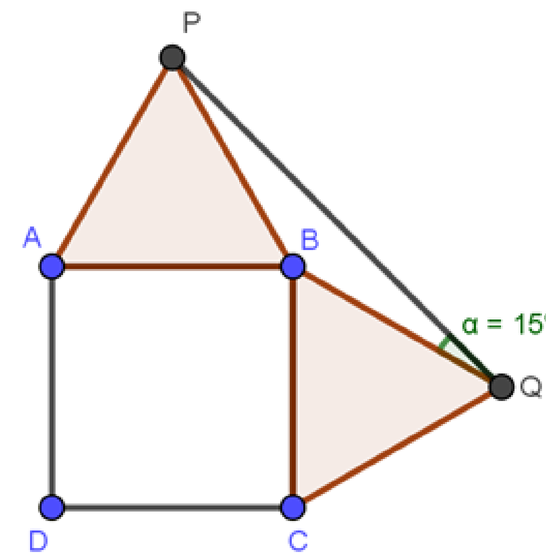
7)

Solução. Os triângulos equiláteros têm lados iguais aos lados do quadrado. Logo, o triângulo PQB é isósceles de base PQ. Temos $P\hat{B}A = 60^0$, $A\hat{B}C = 90^0$ e $Q\hat{B}C = 60^0$. Assim

$$P\hat{B}Q = 360^0 - P\hat{B}A - A\hat{B}C - Q\hat{B}C,$$

logo $P\hat{B}Q = 150^0$.Portanto

$$P\hat{Q}B = \frac{1}{2}(180^0 - 150^0) = 15^0.$$ **Letra b).**



08) As casas do quadrado da figura ao lado foram preenchidas com 9 números inteiros positivos, de modo a fazer com que os produtos dos números de cada linha, cada coluna e cada diagonal fossem iguais. Em seguida, seis números foram apagados, restando os números 6, 9 e 12 nas posições indicadas. Se x era o número escrito na primeira linha e na primeira coluna e y era o número escrito na primeira linha e na terceira coluna então a soma $x + y$ é igual a

	6	9
		12

(A) 5 (B) 9 (C) 18 (D) 20 (E) 36

8) Resposta: A soma $x + y = 5$ (**Alternativa A**).

3	36	y
$2y$	6	9
18	1	12

Solução. Igualando o produto dos números da diagonal que contém y e o produto dos números da terceira coluna $(= 108y)$ concluímos que o número da terceira linha e da primeira coluna é 18. Igualando o produto dos números da segunda linha a $108y$ obtemos que o número da segunda linha e da primeira coluna é $2y$. Igualando o produto dos números da primeira coluna a $108y$concluímos que o número da primeira linha e primeira coluna é $x = 3$. Assim, o produto da outra diagonal é $3 \cdot 6 \cdot 12 = 216 = 108y$, logo $y = 2$.

Portanto $x + y = 5$.

09) Uma caixa em forma de um cubo com dimensões $4 \times 4 \times 4$, e sem tampa, contém 64 blocos cúbicos iguais de maneira que a enchem completamente. O número de blocos que tocam as paredes da caixa é igual a

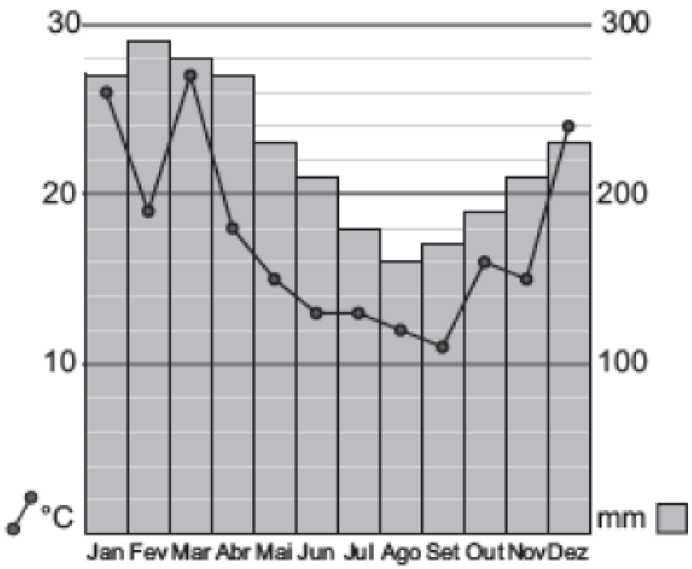
(A) 27 (B) 48 (C) 52 (D) 56 (E) 60

9) Resposta: 52 blocos (Alternativa C).

Solução. A caixa contém $4^3 = 64$ blocos dos quais $2^3 = 8$ blocos estão no centro da caixa e não tocam nenhuma das paredes da caixa. Como a caixa não tem tampa, na parte de cima da caixa há $4^2 = 16$ blocos dos quais $2^2 = 4$ estão situados no centro e que também não tocam as paredes da caixa. Logo o número de blocos que tocam as paredes da caixa é igual a $4^3 - 2^3 - 2^2 = 52$.

10) O gráfico ao lado mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixajuba em cada um dos meses de 2009. Qual das afirmativas abaixo está correta?

(Precipitação de chuva é a queda de água das nuvens na superfície do solo. A unidade de medida da precipitação é o milímetro (mm). A precipitação de chuva de $1\ mm$ equivale ao volume de 1 litro de água de chuva $(1l)$ que se acumulou sobre uma superfície de área igual a 1 metro quadrado $(1\ m^2)$).



A) O mês mais chuvoso foi também o mais quente.

B) O mês menos chuvoso foi também o mais frio.

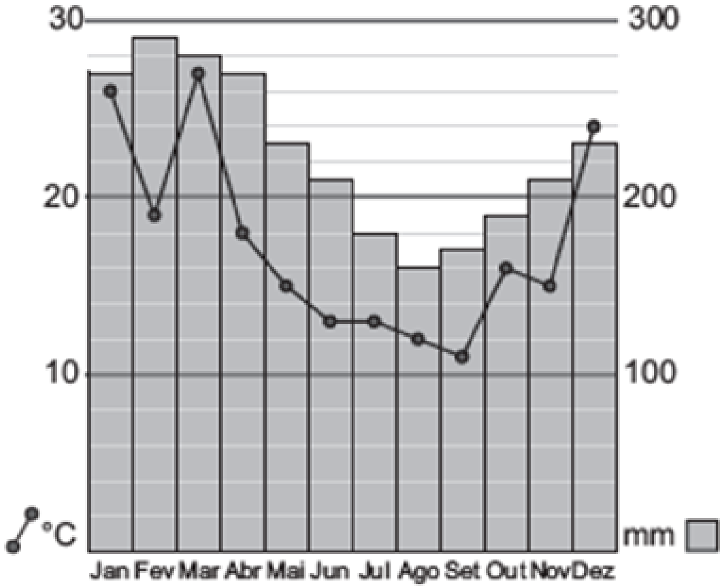
C) De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.

D) Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.

E) Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.

10) Resposta: Os dois meses mais frios foram também o de menor precipitação (**Alternativa E**).

Solução. Vamos analisar cada uma das alternativas a partir da observação do gráfico.



A) O mês mais chuvoso foi fevereiro e o mês mais quente foi março. Logo (A) é falsa.

B) O mês menos chuvoso foi agosto e o mês mais frio foi setembro. Logo (B) é falsa.

C) De outubro para novembro a precipitação aumentou e a temperatura caiu. Logo (C) é falsa.

D) Os dois meses mais quentes foram janeiro e março e as maiores precipitações ocorreram em fevereiro e março. Logo (D) é falsa.

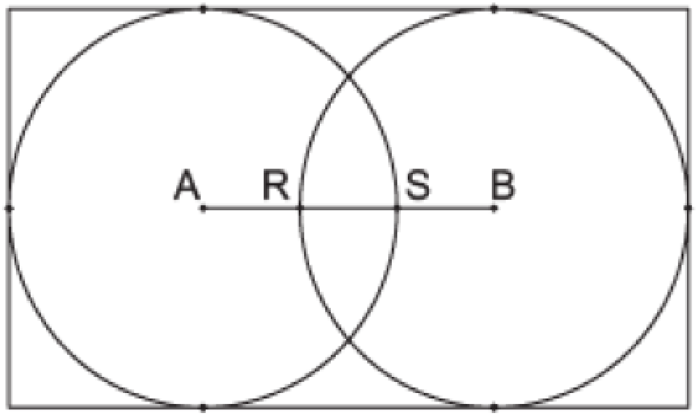
11) Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. A quantidade de bananas que Tatu comeu foi

(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

11) Resposta: Tatu comeu 16 bananas (**Alternativa A**).

Solução: Como Jeca e Tatu comeram 33 bananas, então Saci e Pacu comeram $52 - 33 = 19$ bananas. Todos comeram pelo menos 1 banana e Saci foi quem comeu mais, logo Saci comeu no máximo 18 bananas e Jeca no máximo 17 bananas. Como Jeca comeu mais que Tatu então Tatu comeu no máximo 16 bananas. Mas $17 + 16 = 33$ que já dá o total de bananas comidas por Jeca e Tatu. Logo Jeca comeu 17 e Tatu comeu 16 bananas.

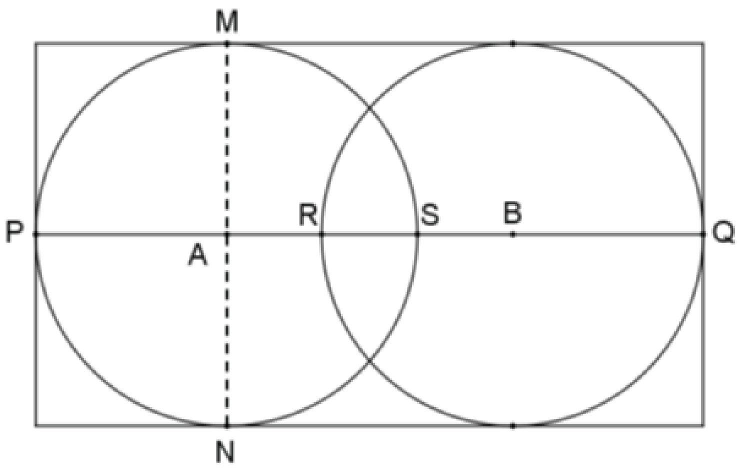
12) Na figura as circunferências de centros A e B são tangentes aos lados do retângulo e têm diâmetros iguais a 4 cm. A distância entre os pontos R e S é 1 cm. O perímetro do retângulo, em cm, é igual a



(A) 16 (B) 18 (C) 20

(D) 22 (E) 24

12) Resposta. O perímetro do retângulo é $22\ cm$ **(Alternativa D)**.



Solução. Os segmentos PS e RQ são diâmetros dos círculos logo têm comprimento 4. Como $RS = 1$ então

$$PQ = PS + RQ - RS = 4 + 4 - 1 = 7.$$

Os lados menores do retângulo são diâmetros dos círculos, logo têm comprimento 4. Logo o perímetro do retângulo é igual a $7 + 7 + 4 + 4 = 22\ cm$.

13) Numa maratona com 2016 participantes, o número de corredores que chegaram antes de Josias foi igual a um quarto do número de corredores que chegaram depois de Josias. Então Josias chegou na posição

(A) 404 (B) 405 (C) 407 (D) 1007 (E) 1008

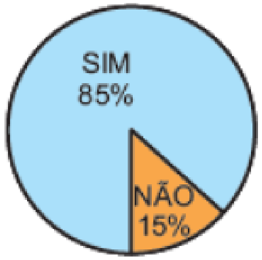
13) Resposta: Josias chegou na 404ª posição (**Alternativa A**).

Solução: Digamos que antes de Josias chegaram x participantes. Logo, depois dele chegaram $2016 - x - 1$. Pelo enunciado podemos escrever

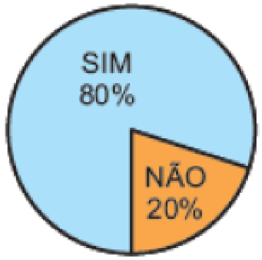
$$x = \frac{2016 - x - 1}{4}$$

Daí $x = 403$. Portanto Josias chegou na posição 404.

14) A figura mostra o resultado de uma pesquisa sobre a aquisição de eletrodomésticos da qual participaram 1000 pessoas. Com base nesses dados, pode-se afirmar que o número de pessoas que possuem os dois eletrodomésticos é, no mínimo:



Possui televisão?



Possui geladeira?

(A) 500 (B) 550 (C) 650 (D) 700 (E) 800

14) Resposta: Existem pelo menos 650 pessoas que possuem geladeira e televisão (**Alternativa C**).

Solução. Como 85% das 1000 pessoas possuem televisão então o número de pessoas que não possuem televisão é 150. Como 80% possuem geladeira então o número de pessoas que não possuem geladeira é 200. Portanto o número máximo de pessoas que não possuem geladeira ou não possuem televisão é $150 + 200 = 350$ (se alguma pessoa não possui geladeira nem televisão este número diminui). Portanto, no mínimo, $1000 - 350 = 650$ pessoas possuem geladeira e também televisão.

15) Uma fábrica produz, a cada minuto, um litro de tinta branca e meio litro de tinta roxa. Para fazer oito litros de tinta lilás são necessários cinco litros de tinta branca e três litros de tinta roxa. O tempo que a fábrica precisa para produzir tinta suficiente para fazer 600 litros de tinta lilás é

(A) 6h e 30min (B) 6h e 45min (C) 7h (D) 7h e 15min (E) 7h e 30min

15) Resposta: A fábrica produz 600 litros de tinta lilás em 7 horas e 30 minutos (**Alternativa E**).

Solução: Para fazer 8 litros de tinta lilás são necessários 5 litros de tinta branca e 3 litros de tinta roxa. Logo, para fazer 600 litros de tinta lilás são necessários $\frac{600}{8} \times 5 = 375$ litros de tinta branca e $\frac{600}{8} \times 3 = 225$ litros de tinta roxa. A cada minuto produz-se 1 litro de tinta branca, logo para produzir 375 litros de tinta branca são necessários 375 minutos. A cada minuto produz-se 0,5 litro de tinta roxa, logo para produzir 225 litros de tinta roxa são necessários 450 minutos. Portanto para produzir 600 litros de tintas lilás são necessários 450 minutos, ou seja, 7 horas e 30 minutos.

16) A figura mostra um quadrado com suas diagonais e segmentos que unem os pontos médios de seus lados. A fração da área do quadrado que corresponde a área em preto corresponde é

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{9}{16}$

16) Resposta: A área em preto corresponde a $3/4$ da área do quadrado (**Alternativa C**).

Resposta: O quadrado está dividido em quatro quadrados menores iguais. Cada um dos triângulos brancos tem um lado que é um lado de um quadrado menor e sua altura, relativa a este lado, é a metade do lado do quadrado menor. Logo sua área é $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ da área do quadrado. Como existem 4 quadrados brancos, então a parte branca corresponde a $4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$ da área do quadrado maior. Portanto a área em preto corresponde a 3/4 da área do quadrado maior.

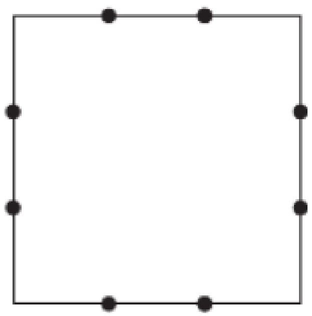
17) Um certo mês tem cinco segundas-feiras e cinco quartas-feiras.
Então o dia 26 desse mês caiu na

(A) segunda-feira (B) terça-feira (C) quarta-feira (D) quinta-feira (E) sexta-feira

17) Resposta: O dia 26 caiu numa sexta-feira (**Alternativa E**).

Solução. Da primeira segunda-feira até a quinta segunda-feira do mês compreende 29 dias. Como o mês teve também 5 quartas-feiras então, uma possibilidade para completar é que ocorreu no mês mais uma terça e uma quarta-feira, totalizando 31 dias. Nesse caso o mês começou numa segunda-feira e terminou numa quarta-feira. A outra possibilidade é completar os 29 dias acrescentando um domingo, um sábado, uma sexta-feira, uma quinta-feira e uma quarta-feira, anteriores à primeira segunda feira, o que daria um mês de 29 + 5 = 34 dias, um absurdo. Logo o primeiro dia do mês foi numa segunda feira, assim como também o 22º. Portanto o dia 26 desse mês caiu numa sexta-feira.

18) Os oito pontos destacados na figura dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Quantos triângulos retângulos podem ser traçados com os três vértices nesses pontos?



(A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 32

18) Resposta: Com os vértices nos pontos destacados do quadrado podem ser traçados 24 triângulos retângulos (**Alternativa D**).

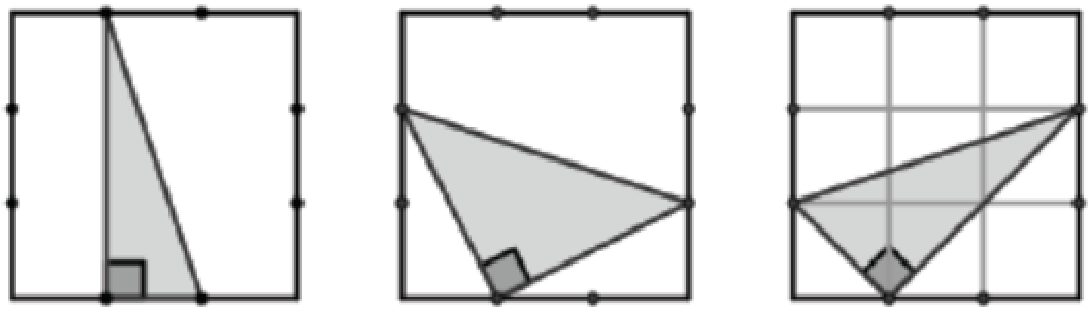


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Solução. Vamos escolher um ponto entre os pontos destacados; por exemplo, o primeiro ponto à esquerda no lado inferior do quadrado. A figura mostra os três triângulos retângulos que podemos construir com o vértice com o ângulo reto nesse ponto. Como o mesmo acontece com os outros pontos destacados, vemos que o número de triângulos retângulos com vértices nesses pontos é $8 \times 3 = 24$. Devemos justificar a afirmativa de que esses triângulos são retângulos. Isso é claro para o triângulo da figura 1. Quanto ao da figura 2, notamos que os dois triângulos retângulos brancos são congruentes, logo seus ângulos com vértice no ponto escolhido somam 90^0 e, consequentemente, o ângulo do triângulo cinza nesse vértice é também 90^0. Finalmente, o triângulo da figura 3 é retângulo pois seus lados menores são diagonais de quadrados, como indicado pelos segmentos mais claros; assim eles fazem ângulo de 45^0 com o lado inferior do quadrado e o ângulo do triângulo cinza nesse vértice é também 90^0.

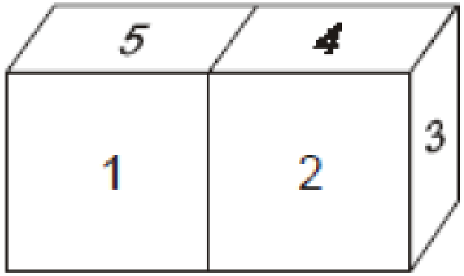
19) Uma professora distribuiu 286 bombons igualmente entre seus alunos do 6º ano. No dia seguinte, ela distribuiu outros 286 bombons, também igualmente, entre seus alunos do 7º ano. Os alunos do 7º ano reclamaram que cada um deles recebeu 2 bombons a menos que os alunos do 6º ano. O número de alunos que a professora tem no 7º ano é

(A) 11 (B) 13 (C) 22 (D) 26 (E) 30

19) Resposta: O 7º ano tem 26 alunos (Alternativa D).

Solução. Seja n o número de bombons que cada aluno do 6º ano recebeu. Então n é um divisor de 286. Então o número de bombons que cada aluno do 7º ano recebeu é igual a $n-2$, que também é um divisor de 286. O número 286 se fatora como $286 = 2 \times 11 \times 13$, logo possui 8 divisores: $1, 2, 11, 13, 22, 26, 143$ e 286. Os dois divisores cuja diferença é 2 são 11 e 13. Logo 13 e 11 foram as quantidades de bombons recebidos pelo 6º e 7º anos, respectivamente. Portanto o 6º ano tem $286/13 = 22$ alunos e o 7º ano tem $286/11 = 26$ alunos.

20) As doze faces de dois cubos foram marcadas com números de 1 a 12 de modo que a soma dos números de duas faces opostas em qualquer um dos cubos é sempre a mesma. Joãozinho colou duas faces com números pares, obtendo a figura ao lado. Qual é o produto dos números das faces coladas?



(A) 42 (B) 48 (C) 60 (D) 70 (E) 72

20) Resposta: O produto dos números das faces do cubo que foram coladas é 60 (**Alternativa C**).

Solução: A soma dos números de duas faces opostas de cada cubo é sempre a mesma. Logo os números de 1 a 12 estão divididos em duplas cuja soma é a mesma. Mas a soma de todos os números é igual a $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12=78$. Logo a soma dos números de duas faces opostas em cada cubo é $78 \div 6 = 13$. Logo, no cubo à direita, a face oposta à face 3 é a face 10, que é então uma das faces coladas. Falta descobrir qual a face do outro cubo que foi colada. O enunciado diz que é uma face par, logo só pode ser $6, 8$ ou 12, porque já sabemos onde estão as faces $2, 4$ e 10. Olhando para o cubo da esquerda vemos que a face 1 é oposta à face 12 e a face 5 oposta à face 8. Logo, nesse cubo, a face colada foi a 6. Portanto a resposta é $6 \times 10 = 60$.