	<ul style="list-style-type: none"> • Princípios aditivo e multiplicativo: identificar, modelar e resolver situações-problemas correlatas aos princípios.
	Prof. Hudson Sathler Delfino
	Nível 2 - Ciclo 2 (primeiro encontro)
	Exercícios aula dia 18/04/2018

Exercício 1.

Cinco bolas iguais estão se movendo na mesma direção ao longo de uma reta fixa, mantendo uma certa distância de uma para outra. Na mesma direção, mas no sentido oposto, outras cinco bolas se movem de encontro às primeiras. As velocidades de todas as bolas são iguais. Quando duas bolas colidem, voltam na mesma velocidade de antes, ao longo da mesma direção. Quantas colisões entre bolas vão ocorrer?

Exercício 2.

Num tabuleiro 123×123 , cada casa é pintada de roxo ou azul de acordo com as seguintes condições:

- Cada casa pintada de roxo que não está na borda do tabuleiro tem exatamente 5 casas azuis dentre suas 8 vizinhas.
- Cada casa pintada de azul que não está na borda do tabuleiro tem exatamente 4 casas roxas dentre suas 8 vizinhas.

Nota: Duas casas são vizinhas se possuem um lado ou um vértice em comum.

(a) Considere um tabuleiro 3×3 dentro do tabuleiro 123×123 . Quantas casas de cada cor pode haver neste tabuleiro 3×3 ?

(b) Calcule o número de casas pintadas de roxo no tabuleiro 123×123 .

Exercício 3.

Um professor de matemática, escreveu no quadro a seguinte pergunta:

“De quantos modos podem-se escolher três dos jogadores de um time de futebol (composto por 11 jogadores) para representá-lo em uma cerimônia de premiação?”

Alguns minutos para o término da aula um aluno apresentou a solução:

“O primeiro jogador pode ser escolhido de 11 modos distintos. O segundo, de 10 e o terceiro, de 9. Logo, pelo princípio multiplicativo, o número total de possibilidades distintas para a escolha dos jogadores parece ser $11 \times 10 \times 9 = 990$.”

A solução está certa ou errada? Se estiver errada, então encontre a solução correta.

Exercício 4.

Um hospital tem 6 funcionários com as seguintes especialidades: reumatologia; pneumologia; enfermeira; traumatologia; psicanalista e obstetra.

- De quantas maneiras os funcionários podem fazer uma fila usual?
- De quantas maneiras os mesmos funcionários podem sentar numa mesa redonda? Lembre-se que, numa mesa redonda, se todos se mudam para a cadeira da esquerda, a mesa continua igual!
- E de quantas maneiras os funcionários podem compor uma comissão formada por presidente, vice-presidente e suplente?

Exercício 5.

Pedro escreveu a lista de todos os números inteiros positivos menores que 10000 nos quais cada um dos algarismos 1 e 2 aparecem uma única vez. Por exemplo, 1234, 231, 102 foram escritos na lista, mas 1102 e 235 não estão na lista.

Quantos números há na lista escrita por Pedro?

Exercício 6.

Uma pulga, que está no ponto A de uma reta, pula exatamente 1 m de cada vez, sem nunca sair dessa reta.

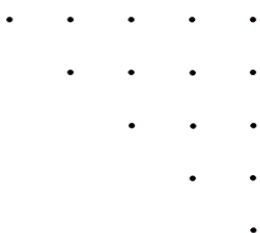
a) Se a pulga quer chegar no ponto B localizado sobre a reta, a uma distância de 5m à direita de A, com exatamente 7 pulos, de quantas maneiras ela pode fazer isso?

b) Se a pulga quer chegar no ponto C localizado sobre a reta, a uma distância 5 m à direita de A, com exatamente 9 pulos, de quantas maneiras ela pode fazer isso?

c) É possível que a pulga chegue no ponto D localizado sobre a reta a uma distância de 2013 m de A, com exatamente 2028 pulos? Justifique.

Exercício 7.

O professor Ciconete desenhou no quadro os seguintes 15 pontos:

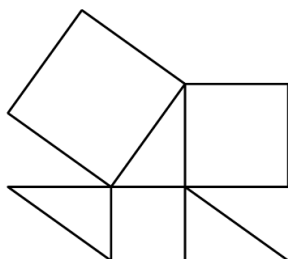


Em seguida, ele perguntou aos seus alunos quantos quadrados com vértices em tais pontos é possível desenhar.

Qual é a resposta correta para a pergunta do professor?

Exercício 8.

João vai pintar uma figura composta por quadrados e triângulos (“polígonos”). Cada quadrado pode ser pintado de azul, vermelho ou roxo e cada triângulo de azul ou laranja, de modo que “polígonos” com um lado comum não tenham a mesma cor. De quantas maneiras João pode pintar a seguinte figura?



Sugestão: Divida em casos analisando o triângulo central e o quadrado menor.

Exercício 9.

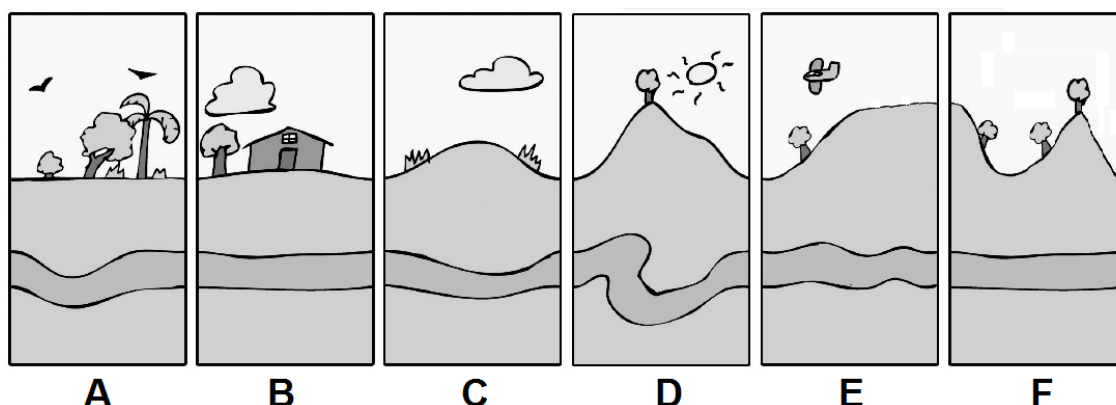
Cada dígito de uma calculadora é mostrado no visor acendendo filamentos dispostos como mostra a figura a seguir.



Quantos símbolos diferentes podem ser representados? (Não inclua o caso em que nenhum filamento é aceso.)

Exercício 10.

Podemos montar paisagens colocando lado a lado os seis quadros da figura. Observe que o lado direito do quadro **E** e o lado esquerdo do quadro **F** não se encaixam com os quatro primeiros quadros formando uma paisagem, enquanto que os outros dois lados se encaixam com quaisquer um dos quadros A, B, C e D. Além disso, os quadros A, B, C e D se encaixam entre si em quaisquer posição.



Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo é possível evitar que uma mesma paisagem se repita? (Dê sua resposta final em semanas e dias.)

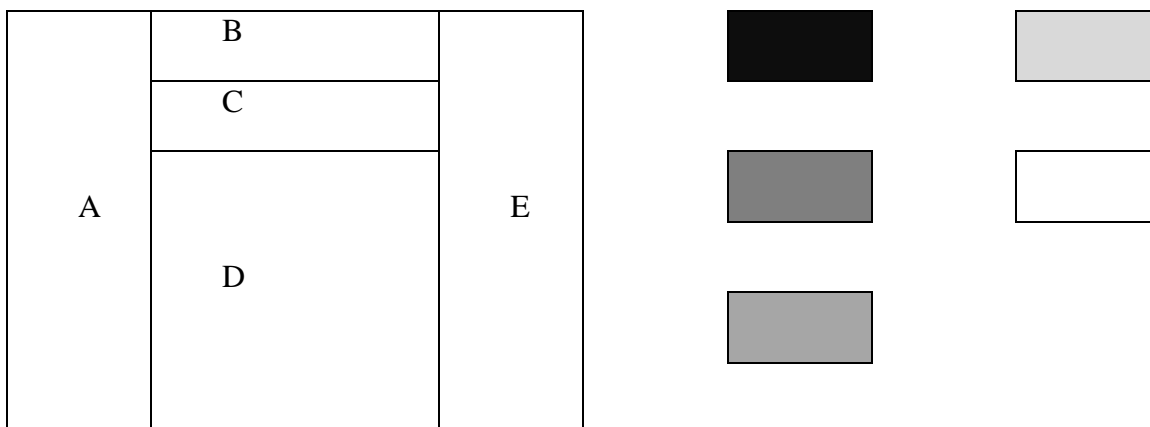
Exercício 11.

De quantas formas é possível colorir as 6 faces de um cubo de verde, amarelo ou branco, de modo que pelo menos 4 faces tenham a mesma cor?

OBS: Duas colorações são iguais se é possível obter uma a partir da outra por uma “rotação” (isto é, via uma manipulação do cubo em que vamos girando o mesmo).

Exercício 12.

Para pintar a figura abaixo à esquerda estão disponíveis as cinco cores abaixo à direita, sendo que regiões adjacentes devem ser pintadas de cores diferentes. Além disso, é possível repetir uma mesma cor.



De quantos modos diferentes a figura pode ser pintada?

EXERCÍCIO 13.

Um número natural é chamado “*número circunflexo*” quando:

- ele tem cinco algarismos;
- seus três primeiros algarismos a partir da esquerda estão em ordem crescente;
- seus três últimos algarismos estão em ordem decrescente.

78952

Por exemplo, 13864 e 78952 são números circunflexos, mas 78851 e 79421 não o são. Quantos são os números circunflexos maiores do que 77777?