

## Aula 1 - Nível 1 e 2 - Ciclo 1

### Paridade

**Problema 1** - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética" [JOGO DAS FACES]

- Sobre uma mesa coloque 5 moedas: três com a coroa para cima e duas com a cara para cima (veremos logo a seguir que estes números podem ser trocados por quaisquer outros).
- O Professor vira de costas para as moedas e pede para os alunos virarem uma moeda qualquer.
- Em seguida, ele pede para os alunos virarem novamente uma moeda qualquer (que pode inclusive ser a mesma que tinha sido virada anteriormente).
- E o professor continua pedindo que os alunos virem uma moeda qualquer por vez, totalizando 6 viradas ao todo (veremos que este número também poderá ser substituído por um outro qualquer).
- Após 6 viradas, o professor solicita que os alunos escondam uma moeda, observando antes a sua face superior.
- Escondida a moeda, o professor observa, então, as 4 moedas que ficaram sobre a mesa e adivinha a face superior da moeda escondida.

Agora responda:

- como o professor consegue adivinhar a face superior da moeda escondida?
- qual a sua conclusão quanto ao número de viradas (se for par ou se for ímpar)?

**Problema 2** - F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

- Existem dois números pares consecutivos?
- Existem dois números ímpares consecutivos?
- Existe um número natural que não é par nem ímpar?
- Escreva dois números pares. Agora some estes dois números. O resultado é par ou ímpar?  
Repetindo este experimento com outros números você pode obter uma soma par ou soma ímpar?  
Justifique sua conclusão.
- O que podemos dizer da soma de dois números ímpares? O resultado é par ou ímpar?
- E a soma de um número par com um número ímpar?
- E se somarmos uma quantidade par de números ímpares?
- E a soma de uma quantidade ímpar de números ímpares, é par ou é ímpar?

**Problema 3:** F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

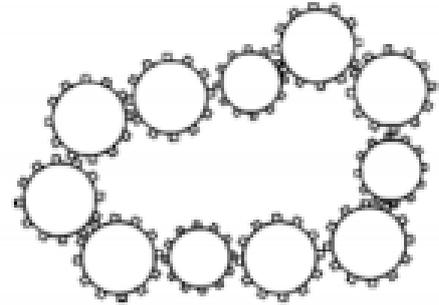
É possível encontrar cinco números ímpares cuja soma seja 100?

**Problema 4:** Fomin, capítulo 1, problema 16

É possível escrever o número 25 como soma de dez parcelas de 1, 3 ou 5?

**Problema 5:** Fomin, capítulo 1, problema 1

Onze engrenagens estão colocadas em um plano, arrumadas em uma cadeia como está ilustrado na figura a seguir. Todas as engrenagens podem rodar simultaneamente?



**Problema 6:** Fomin, capítulo 1, problema 17

Pedro comprou um caderno com 96 folhas e numerou-as de 1 a 192. Vitor arrancou 25 folhas do caderno de Pedro e somou os 50 números que encontrou escritos nas folhas. Esta soma pode ser igual a 1990?

**Problema 7A:** Fomin, capítulo 1, problema 20

Os números de 1 a 10 estão escritos em uma linha. Pode-se colocar os sinais de "+" ou "-" entre dois deles de modo que o valor da expressão resultante seja igual a zero?

**Problema 7B:** F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

Se os números escritos na linha fossem de 1 a 11, seria possível encontrar a soma zero, inserindo sinais de "+" ou "-" entre eles?

**Problema 7C:** F. Dutenhefner, L. Cadar "Encontros de Aritmética"

I) A soma  $1 + 2 + 3 + \dots + 2014$  é par ou ímpar? Como podemos calculá-la?

II) Qual é a soma dos múltiplos de 3 entre 1 e 301?

III) Calcule as somas  $1 + 2 + 3 + \dots + 20$ ,  $1 + 2 + \dots + 50$  e  $21 + 22 + 23 + \dots + 50$ .

IV) Para quais valores de  $n$  a soma dos números de 1 até  $n$  é par?

V) Mostre uma forma de intercalar sinais + e - na sequência 1 2 3 4 5 6 ..... 98 99 100 de modo a obter valor zero, caso isto seja possível.

## Problemas para casa

**Problema 8:** Fomin, capítulo 1, problema 21

Um gafanhoto pula ao longo de uma linha. No seu primeiro pulo, ele anda 1 cm, no segundo 2 cm, no terceiro 3 cm, e assim sucessivamente. Cada pulo o leva para a direita ou para a esquerda. Mostre que após 1985 pulos, o gafanhoto não pode estar na sua posição inicial.

**Problema 9:** Fomin, capítulo 1, problema 10

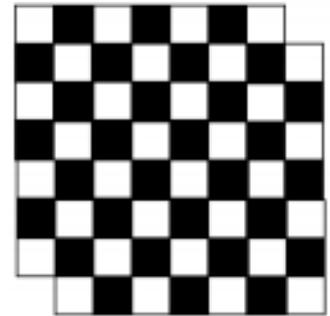
Todas as peças de um dominó foram colocadas em uma cadeia de modo que o número de bolinhas nas extremidades de dois dominós adjacentes são iguais. Se uma das extremidades da cadeia contem 5 bolinhas, qual é o número de bolinhas na outra extremidade?

**Problema 10:** Fomin, capítulo 1, problema 8

Um tabuleiro  $5 \times 5$  pode ser coberto com peças de dominó  $(1 \times 2)$ ?

**Problema 11:** Fomin, capítulo 1, problema 23

Considere um tabuleiro de xadrez. Suponha que as peças de um jogo de dominó tenha o tamanho exato de duas casas do tabuleiro. Desta forma 32 peças de dominó cobrem o tabuleiro. Quando são retiradas as duas casas de pontas diagonalmente opostas do tabuleiro, é possível cobri-lo com 31 peças de dominó?



**Problema 12:** Fomin, capítulo 1, problema 5

Três discos de borracha  $A$ ,  $B$  e  $C$ , utilizados no hóquei sobre o gelo, estão no campo. Um jogador bate em um deles de tal forma que ele passa entre os outros dois discos. Ele faz isso 25 vezes. Ele pode retornar os três discos às suas posições iniciais?

**Problema 13:** Fomin, capítulo 1, problema 30

Três gafanhotos estão brincando ao longo de uma linha. Na sua vez, cada gafanhoto pode pular sobre um outro gafanhoto, mas não sobre os outros dois. Eles podem retornar para suas posições iniciais após 2011 movimentos?

**Problema 14:** Fomin, capítulo 1, problema 31

Em um conjunto de 101 moedas, há 50 falsas e as demais são verdadeiras. Uma moeda falsa difere de uma verdadeira em 1 grama. Marcos tem uma balança que mostra a diferença de pesos entre os objetos colocados nos dois pratos. É possível, com uma única pesagem, identificar se uma moeda escolhida é falsa?