

Solução da Questão 1

Fixemos inicialmente o 1 na casa das dezenas de milhar. Dessa forma, todos os números com tal característica irão aparecer antes do 23154 na fila. Assim, existem 4 possibilidades de escolha de um número para a casa dos milhares, 3 possibilidades de escolha de um número para a casa das centenas, duas possibilidades para as dezenas e 1 para as unidades. Logo, pelo princípio multiplicativo, existem $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ números tendo o 1 como algarismo inicial.

Fixemos o 1 na casa dos milhares. Observe que em função da ordenação crescente, o 2 deve ocupar necessariamente a casa das dezenas de milhar. Então, existem 3 opções de escolha para a ocupação da casa das centenas, 2 para as dezenas e 1 para as unidades. Logo, pelo princípio multiplicativo, existem $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ números tendo o 2 como algarismo inicial e posteriormente o 1.

Finalmente, fixemos o 1 na casa das centenas, então em função da ordenação crescente o número será da forma:

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 3 & 1 & ? & ? \\ \hline & & & & \end{array}$$

Dessa maneira, existem duas opções fixados esses três primeiros valores, 23145 ou 23154.

Portanto, pelo princípio aditivo existem $24 + 6 + 1 = 31$ números em posições anteriores ao valor dado, sendo que 23154 irá ocupar a 32ª posição na fila ordenada.

Critérios de correção da Questão 1

Esta questão vale 5 pontos, distribuídos da seguinte maneira:

- 1,5 pontos para a correta contagem das 24 possibilidades para os números com o 1 na casa da dezena de milhar.
- 1,5 pontos para a correta contagem das 6 possibilidades para os números com o 2 na casa da dezena de milhar e o 1 na casa do milhar.
- 0,5 pontos para a interpretação de que existem 2 números do tipo 231 _ _ .
- 1,5 pontos para o uso correto do princípio aditivo, obtendo que 23154 irá ocupar a 32ª posição na fila ordenada.

Solução da Questão 2

Como serão sorteadas duas pessoas, inicialmente vamos determinar todas as duplas possíveis de serem formadas com as 18 pessoas disponíveis. Existem 18 possibilidades de escolha de uma primeira pessoa e, posteriormente, 17 possibilidades de escolha de uma segunda pessoa distinta. Pelo princípio multiplicativo, existem $18 \cdot 17 = 306$ duplas ordenadas formadas por duas pessoas quaisquer. Todavia, a ordenação dessas duas pessoas sorteadas é irrelevante no contexto apresentado, então cada dupla está sendo contada em duplicada (observe que AB ou BA forma a mesma dupla), logo $306/2 = 153$ é a quantidade de duplas não ordenadas possíveis de serem formadas, em outras palavras, é o número de elementos de nosso “espaço amostral”. Por outro lado, os “eventos favoráveis” correspondem a quantidade de casais disponíveis, ou seja, 9. Portanto, a probabilidade desejada é dada por $\frac{9}{153} = \frac{1}{17}$.

Critérios de correção da Questão 2

Esta questão vale 5 pontos, distribuídos da seguinte maneira:

- 1,0 ponto pela obtenção da existência de 306 duplas ordenadas possíveis de serem estruturadas.
- 1,0 ponto por entender que a ordenação das duplas é irrelevante, efetuando $306/2 = 153$.
- 1,0 ponto pela interpretação correta de que existem 9 duplas favoráveis ao que se deseja na questão.
- 2,0 pontos pelo uso correto do conceito de probabilidade, efetuando $\frac{9}{153} = \frac{1}{17}$.