**Respostas dos Exercícios sobre Geometria**

*(****7.7*** *Questões da OBMEP no Portal da Matemática)*

**1)**Para calcular a área desse quadrilátero, podemos calcular a área do triângulo maior e a área do triângulo menor e somar essas áreas. Denominarei a altura do triângulo menor como *h* e a altura do triângulo maior como *10-h,* de modo que:

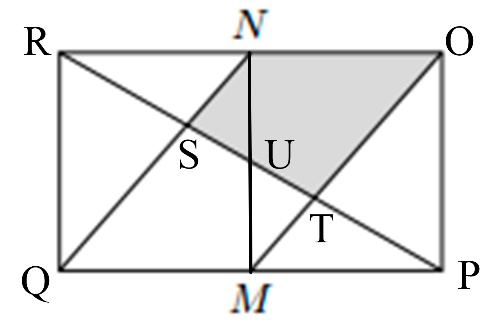
Área do triângulo maior é igual a

Área do triângulo menor

Assim, a área do quadrilátero é igual a

+ = +=

**2)** Antes de tudo, nomearei todos os pontos da figura e traçarei uma reta que liga os pontos M e N:

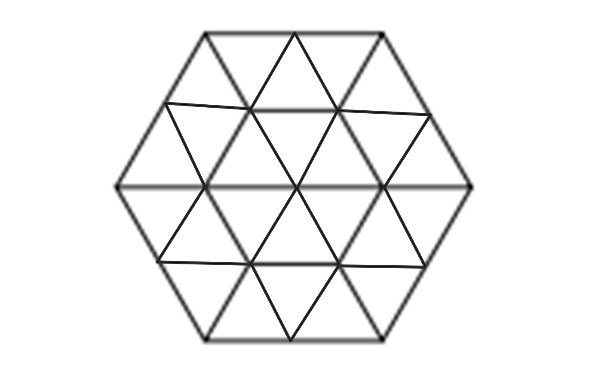


O critério ALA dos triângulos, diz que dois triângulos são congruentes quando possuem dois ângulos e o lado entre eles, respectivamente congruentes. Então, como os triângulos e se aplicam, eles são iguais, ou seja, NUS e UTM são congruentes. Dessa forma, podemos perceber que o quadrilátero NSTO (o qual queremos saber a área) é igual ao triângulo MNO, de modo que este corresponde a da figura. Logo, á área da região sombreada é igual a

**3)** A região sobreposta do quadrado menor, corresponde a 100-52 = 48% de sua área, e a região sobreposta do quadrado maior, corresponde a 100-73 = 27% de sua área, de modo que a razão entre as áreas deles é . Como é a razão entre as ÁREAS, logo, a razão entre os LADOS, será .

**4)** A área de cada um os triângulos nos cantos do retângulo, é igual a . Como são 2, temos . A área de cada um os triângulos menores no meio, é igual a . Como são 2, temos . A área de cada um os triangulos nos cantos do retângulo, é igual a . Como são 2, temos . A área da figura do meio (que eu vou considerar como um losango, apesar de não ter os lados congruentes) é igual a . A área total da parte não sombreada da figura é . Logo, como a área do retângulo é de , a área da região não sombreada é igual a .

**5)** Como os trapézios são idênticos, a figura é um hexágono regular. E, consequentemente, também podemos dividir esse hexágono em vários triângulos equiláteros:



Como eles são equiláteros, podemos notar que as bases menores dos trapézios, são congruentes às suas laterais. Como as bases maiores dos trapézios têm a medida de dois triângulos equiláteros e as bases menores deles têm a medida de um triângulo equilátero, segue que a medida da base menor de cada um destes trapézios é de , já que a base maior mede .

**6)** Vamos chamar o lado maior do retângulo pequeno de *y* e o menor de *x*. O comprimento do retângulo maior é *5x* ou *4y*, e sua altura é *x+y*. Podemos montar um sistema de equações através desses dados, para descobrir *x* e *y,* considerando que:

\* a área do retângulo maior é *5x(x+y)*

\*essa área equivale a ;

\*O valor de *y* é .

Através disso, teremos o seguinte sistema:

C:\Users\Tereza Fotos\Downloads\CodeCogsEqn.gif

Pelo método da substituição, temos *5x(x+y)=720 →C:\Users\Tereza Fotos\Downloads\CodeCogsEqn (1).gif=720*

Tomando como base essa equação, podemos achar o valor de *x*:

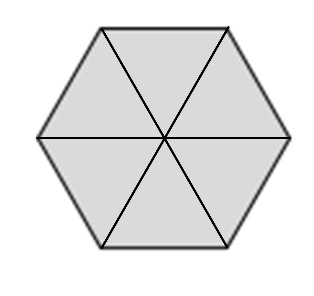
*C:\Users\Tereza Fotos\Downloads\CodeCogsEqn (1).gif=,* de modo que:

Como estamos tratando de uma medida, . Assim, .

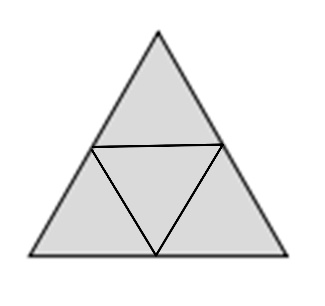
Logo, o perímetro de um dos retângulos menores é .

**7)** Para responder este exercício, eu vou calcular a área da parte branca da figura e depois subtrair da área total. Vemos que cada triângulo que forma a parte branca da figura, tem base 2 e altura 4, de modo que a área de cada um deles é . Como temos 16 desses triângulos, a área total da parte branca é , de modo que a área da parte cinza é igual a . Logo, a razão entre a área cinza e a área deste quadrado é .

**8)** Se o hexágono é regular, ele pode ser dividido em 6 triângulos equiláteros.



Vamos levar em conta que cada um de seus lados mede 1, então seu perímetro é igual a 6, assim como sua área, de modo que cada um dos triângulos tem área igual a 1. O triângulo equilátero da questão, também tem seu perímetro igual a 6, de modo que cada um dos seus lados é igual a 2, pelo fato de ele ser equilátero. Como os perímetros das figuras são iguais e a quantidade de lados do triângulo equilátero é metade da quantidade de lados do hexágono regular, o triângulo poderá ser dividido em 4 triângulos menores, também equiláteros, que são iguais aos do hexágono.



Logo, como a área de cada um dos triângulos menores do hexágono é igual a 1, temos que a área do triângulo maior da figura é igual a , já que possui 4 triângulos com área igual a 1.

**9)** Como o diâmetro das circunferências é de 4cm, para sabermos o comprimento do retângulo, basta somar esse diâmetro 2 vezes e depois subtrair 1, que o valor da área sobreposta. Assim, o comprimento do retângulo é igual a cm. A altura do retângulo, é igual ao diâmetro da circunferência, logo, 4cm. O perímetro do retângulo é igual a .

**10)** O comprimento da parte branca, é igual a , já que a faixa dobrada mede 6cm e foi dobrada 2 vezes. A lagura da parte branca, é igual a , já que a faixa dobrada mede 8cm e foi dobrada 2 vezes. Logo, a área da parte branca que ficou visível é igual a .

**11)** Vou tomar como medida, o lado do quadrado que corresponde a da figura. A área de cada um dos triângulos brancos é igual a . Como são 4, temos que a área desses 4 triângulos equivale a quadrado que tem seus vértices nos pontos médios da figura, de modo que essa área corresponde a da figura. Logo, a área sombreada corresponde a do quadrado.

*(****7.8****Exercícios de revisão)*

**1)** O quadrado ACDE, possui lado . O triângulo ABE, possui base e altura , já que possui base e altura iguais ao lado do quadrado. Logo, sua área é igual a . Podemos pensar também que, se o triângulo em questão possui mesma base e mesma altura do quadrado, conseqüentemente, ele terá metade da área do quadrado.

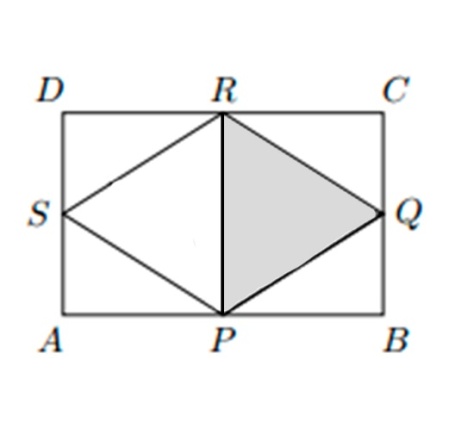
**2)** O quadrado de lado 12cm, possui área igual a . Se os três retângulos possuem a mesma área, cada um possui área igual . O retângulo sombreado possui largura igual a , já que ela corresponde à metade do lado do quadrado de 12cm. Sendo assim, seu comprimento é:

.

Logo, seu perímetro é igual a .

**3)** Se o retângulo está dividido em três faixas iguais, cada uma terá área igual a , de modo que cada retângulo da primeira faixa tem área igual a , cada retângulo da segunda faixa tem área igual a , e cada retângulo da terceira faixa tem área igual a . Como estão sombreados 2 retângulos da primeira faixa, 2 retângulos da segunda e 1 retângulo da terceira, logo, a área total das partes sombreadas é de .

**4)** Os pontos médios do retângulo ABCD, formam o losango PQRS que tem área igual à metade da área do retângulo ABCD, ou seja, , já que suas diagonais possuem as mesmas medidas da altura e da largura do retângulo ABCD e a fórmula pra calcular a área do losango é . Se o segmento PT estivesse em PR, o triângulo PQT (que se tornou PQR) iria continuar com a mesma área que já possui, já que sua base e sua altura ainda seriam as mesmas.



Nesse caso, o triângulo PQT corresponderia à metade da área do losango PQRS. Logo, a área do triângulo PQT é igual a .

**5)** (A) A área do quadrado ABCD é igual a . Para sabermos a área do quadrado EFGH, podemos calcular a área de cada um dos triângulos retângulos EBF, FCG, GDC e HAE: Eles têm base 3 e altura 1, de modo que a área de cada um deles é igual a . Como são 4, a área total deles é . Então, a área do quadrado EFGH é igual a , de modo que essa área corresponde a da área do quadrado EFGH.

(B) Usando a resposta do item (A), a área do quadrado EFGH é igual a . Os pontos médios do quadrado EFGH, formam o losango que é o quadrado sombreado, e que tem área igual à metade da área do quadrado EFGH, ou seja, , já que suas diagonais possuem as mesmas medidas do lado do quadrado EFGH e a fórmula pra calcular a área do losango é . Logo, como a área do quadrado sombreado é igual a , seu lado é .

**6)** (A) Se ligarmos os pontos B e C, A e D, formaremos os segmentos BC e AD de modo que o quadrilátero remanescente é um quadrado já que possui as diagonais perpendiculares e de mesmo comprimento. Logo, o comprimento do segmento AB é igual ao lado do quadrado que é igual à largura da folha, ou seja, 20 cm.

(B) Cada triângulo possui base 20 cm, e altura 10 cm, já que esta corresponde à metade do lado do quadrado ABCD. Assim, a área de cada triângulo é igual a . Como a folha é formada por 2 triângulos e 2 polígonos iguais de cinco lados cada um, podemos pegar a área total da folha e subtrair dela a área dos 2 triângulos, obtendo assim, a área dos 2 polígonos iguais de cinco lados: a área total da figura é de e a dos 2 triângulos é . Assim, a área dos 2 polígonos de 5 lados cada um é igual a . Logo, a área de cada um dos polígonos de 5 lados é .

(C) A altura do buraco é igual à largura da folha de papel, ou seja, 20 cm. O soma dos 2 lados mais curtos do polígono de 5 lados, mede o comprimento da folha de papel menos a base do triângulo, ou seja, . Assim, a largurado buraco é igual à base do triângulo diminuída da soma desses lados curtos do polígono, ou seja, . Assim, a área do buraco é igual a .