

Nível 2 – Ciclo 1

1º Encontro

Aula 1 : 4 horas

Data: 18/06/2016

Conteúdos: Aritmética

Paridade, dominós, pesagens e outros problemas

1) (Exercício 1 – Encontros de Aritmética) [JOGO DAS FACES]

- (a) Sobre uma mesa coloque 5 moedas: 3 com a coroa para cima e 2 com a cara para cima
- (b) Virar de costas para as moedas e pedir para os alunos virarem uma moeda qualquer.
- (c) Em seguida, pedir para os alunos virarem novamente uma moeda qualquer (que pode inclusive ser a mesma que tinha sido virada anteriormente). Continua pedindo que os alunos virem uma moeda qualquer por vez, totalizando 6 viradas ao todo
- (e) Solicitar que os alunos escondam uma moeda, observando antes a sua face superior.
- (f) O professor advinha a face superior da moeda escondida.

2)(Apostila) É possível encontrar cinco números ímpares cuja soma seja 100?

3)(Fomin, cap 1, problema 1) É possível trocar uma nota de 25 rublos em dez notas de 1, 3 ou 5 rublos?

4)(Fomin, cap 1, problema 17) Pedro comprou um caderno com 96 folhas e numerou-as de 1 a 192, Vitor arrancou 25 folhas do caderno de Pedro e somou os 50 números que encontrou escritos nas folhas. Esta soma pode ser igual a 1990?

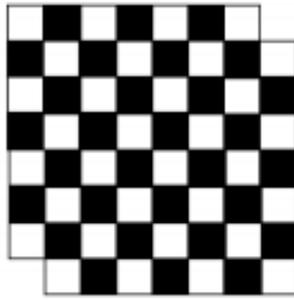
5)(Fomin, cap 1, problema 20) Os números de 1 a 10 estão escritos em uma linha. Pode-se colocar os sinais de “+” ou “-” entre dois deles de modo que o valor da expressão resultante seja igual a zero?

6)(Apostila) Qual o valor da soma $1 + 2 + 3 + \dots + 2014$? Esta soma é par ou ímpar?

7)(Fomin, cap 1, problema 21) Um gafanhoto pula ao longo de uma linha. No seu primeiro pulo, ele anda 1 cm, no segundo 2 cm, no terceiro 3 cm, e assim sucessivamente. Cada pulo o leva para a direita ou para a esquerda. Mostre que após 1985 pulos, o gafanhoto não pode estar na sua posição inicial.

8)(Fomin, cap 1, problema 10) Todas as peças de um dominó foram colocadas em uma cadeia de modo que o número de bolinhas nas extremidades de dois dominós adjacentes são iguais. Se uma das extremidades da cadeia contém 5 bolinhas, qual é o número de bolinhas na outra extremidade?

9)(Fomin, cap 1, problema 23) Considere um tabuleiro de xadrez. Suponha que as peças de um jogo de dominó tenha o tamanho exato de duas casas do tabuleiro. Desta forma 32 peças de dominó cobrem o tabuleiro. Quando são retiradas as duas casas de pontas diagonalmente opostas do tabuleiro, é possível cobri-lo com 31 peças de dominó?



Resumindo:

- a soma de dois números pares é par.
- a soma de dois números ímpares é par
- a soma de um número par com um número ímpar é ímpar

De fato:

- Representando dois números pares por $2m$ e $2n$ temos:

$2m + 2n = 2(m + n)$ que é par

Representando dois números ímpares por $2k + 1$ e $2m + 1$, temos:

$(2k + 1) + (2m + 1) = 2(k + m + 1)$, logo par.

um dos números é da forma $2k$ e outro é da forma $2m + 1$, temos,
 $2k + (2m + 1) = 2(k + m) + 1$, logo ímpar.

Resumindo:

- o produto de dois números pares é par.
- o produto de dois números ímpares é ímpar
- o produto de um número par com um número ímpar é par

De fato:

- Representando dois números pares por $2m$ e $2n$ temos:

$2m \cdot 2n = 2(m \cdot 2n)$ que é par.

- Representando dois números ímpares por $2k + 1$ e $2m + 1$, temos:

$(2k + 1) \cdot (2m + 1) = 2(2k \cdot m + k + m) + 1$, logo ímpar.

Um dos números é da forma $2k$ e outro é da forma $2m + 1$, temos,
 $2k \cdot (2m + 1) = 2(k \cdot 2m + k)$, logo par.

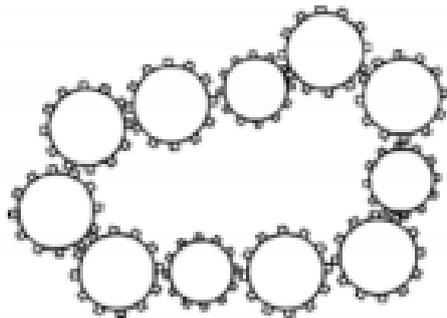
Problemas Extras

1)(Fomin, cap 1, problema 8) Um tabuleiro 5x5 pode ser coberto com peças de dominó (1x2)?

2)(Fomin, cap 1, problema 5) três discos de borracha A, B e C, utilizados no hóquei sobre o gelo, estão no campo. Um jogador bate em um deles de tal forma que ele passa entre os outros dois discos. Ele faz isso 25 vezes. Ele pode retornar os três discos às suas posições iniciais?

3)(Fomin, cap 1, problema 30) Três gafanhotos estão brincando ao longo de uma linha. Na sua vez, cada gafanhoto pode pular sobre um outro gafanhoto, mas não sobre os outros dois. Eles podem retornar para suas posições iniciais após 2011 movimentos?

4)(Fomin, cap 1, problema 1) Onze engrenagens estão colocadas em um plano, arrumadas em uma cadeia como está ilustrado na figura a seguir. Todas as engrenagens podem rodar simultaneamente?



5)(Apostila) Em um conjunto de 101 moedas, há 50 falsas e as demais são verdadeiras. Uma moeda falsa difere de uma verdadeira em 1 grama. Marcos tem uma balança que mostra a diferença de pesos entre os objetos colocados nos dois pratos. É possível, com uma única pesagem, identificar se uma moeda escolhida é falsa?

6)(Apostila)

- a) Mostre que o dobro de um número ímpar é par, mas nunca múltiplo de 4.
- b) Mostre que para todos a inteiros n natural não nulos, os números a e a^n tem mesma paridade.
- c) Qual é a paridade da soma dos números naturais de 1 a 10? E de seu produto?