

 	<b>2.º Ciclo: Aritmética</b>
	<b>Prof.ª Maria Isabel Batista</b>
	<b>Prof.º Ronaldo Theodorovski</b>
<b>Aluno(a):</b>	

1) Encontre o quociente e o resto da divisão de 34 por 7.

2) Em cada caso calcule o quociente  $q$  e o resto  $r$  da divisão de  $a$  por  $b$ . Em seguida tire a prova, verificando a igualdade  $a = b \cdot q + r$ .

a)  $a = 307$  e  $b = 4$ .

d)  $a = 945$  e  $b = 5$ .

b)  $a = 1933$  e  $b = 6$ .

e)  $a = 944$  e  $b = 5$ .

c)  $a = 879$  e  $b = 7$ .

f)  $a = 943$  e  $b = 5$ .

3) Encontre o número natural que ao ser dividido por 7 resulta um quociente 4 e resto o maior possível.

4) Considerando somente números inteiros positivos,

a) O número  $7 \cdot 38 + 22$  é divisível por 7?

b) O número  $4 \cdot 120\,298 + 18$  é um múltiplo de 4?

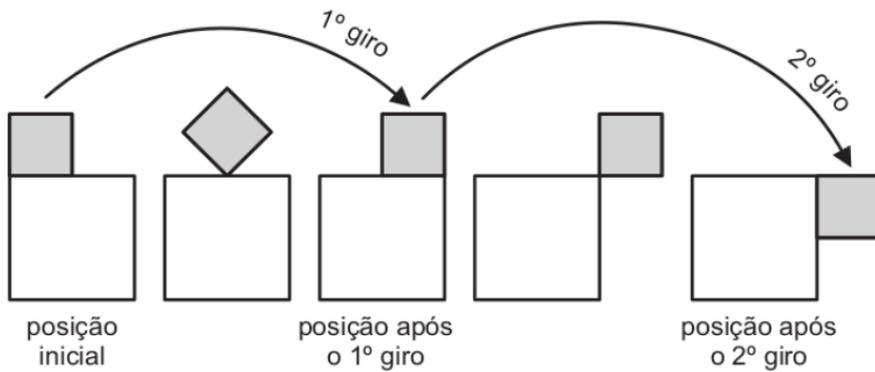
c) O número  $4 \cdot 120\,298 + 24$  é um múltiplo de 4?

5) Considere a seguinte sequência de números: 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5 ... formada alternadamente pelos algarismos (1, 2, 3, 4, 5) e pelos algarismos (5, 4, 3, 2, 1). Qual algarismo aparece na posição 2015 nesta sequência?

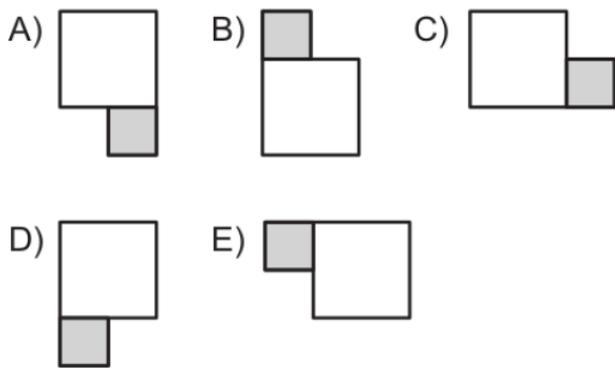
6) Qual é o algarismo da unidade de  $2^{2015}$  ?

7) Qual é o resto da divisão de  $2^{56}$  por 7? E por 11? (Veja a solução no vídeo 39.)

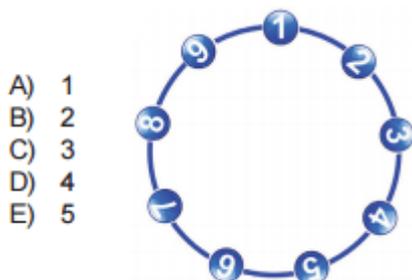
8) [OBMEP (2012), 1a Fase, Nível 1] Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.



Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?



9) [OBMEP (2016), 1a Fase, Nível 2] Luciana marcou os números de 1 a 9 em uma circunferência, como na figura. A partir do número 1, ela começou a pular de 4 em 4. No primeiro pulo ela foi do 1 ao 5, no segundo, do 5 ao 9, no terceiro, do 9 ao 4 e assim por diante. Depois de pular 1 000 vezes, em que número ela parou?



- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

10) Sabendo-se que o número  $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 14$  é divisível por 13, qual é o resto da divisão do número  $13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$  por 169?

5)

1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2

fica se repetindo indefinidamente, como está ilustrado na figura a seguir:

1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2	1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2	1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2	...
------------------------	------------------------	------------------------	-----

Dividindo 2015 por 8 (que é a quantidade de algarismos do bloco que fica se repetindo), obtemos  $2015 = 251 \times 8 + 7$ . Daí, para se chegar até o algarismo da posição 2015, deve-se escrever 251 blocos de oito algarismos cada, e depois mais sete algarismos. Portanto o número que está na posição 2015 é o número da sétima posição dentro do bloco, ou seja, o número 3.

6)

Solução. Calculando as primeiras potências de 2 obtemos:

$$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64,$$

$$2^7 = 128, 2^8 = 256, 2^9 = 512$$

Observando esses números, vemos que os últimos algarismos formam uma sequência periódica: 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, 2 etc., em que os quatro números 2, 4, 8, 6 ficam se repetindo infinitamente. Dividindo 2015 por 4 obtemos quociente 503 e resto 3, de modo que  $2015 = 503 \times 4 + 3$ . Na sequência acima, os expoentes que deixam resto 3 quando divididos por 4 definem potências de 2 com último algarismo 8 ( $2^3 = 8, 2^7 = 128$  etc.). Daí o algarismo da unidade de  $2^{2015}$  é 8.

8) Basta verificar que após oito giros sucessivos o quadrado menor retorna à sua posição inicial.

Como  $2012 = 8 \times 251 + 4$ , após o 2012º giro o quadrado cinza terá dado 251 voltas completas no quadrado maior e mais quatro giros, parando na posição que corresponde à alternativa A.

9)

Depois de 9 pulos, Luciana retornará à posição marcada com o número 1, conforme indicado na sequência seguinte:

$$1 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 1$$

Como  $999 = 111 \times 9$ , concluímos que depois de 999 pulos Luciana estará na posição marcada com o número 1; conseqüentemente, depois de pular 1000 vezes, ela estará na posição seguinte, a qual está marcada com o número 5.