Programa de Iniciação Científica da OBMEP

Números Primos, MDC e MMC

O material que iremos usar é:

- Seções 2.5 e 3.1 a 3.5 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, F. Dutenhefner, L. Cadar.
  http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf

- Seções 2.4 a 2.6 da Apostila 1 da OBMEP, “Iniciação à Aritmética”, A. Hefez.
  http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf

Também estão disponíveis vídeos na página da OBMEP na Escola que contém explicações sobre os temas que veremos.
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=23
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=52

Exercícios que discutiremos na aula:

1) Diga quais dos seguintes números são primos e quais são compostos: 9,10, 11, 12, 13, 15, 17, 21, 23, 47 e 49.

2) Decomponha ou fatore os números:
a) 150.
b) 342.

3) Dê a fatoração em números primos de 378, 638 e 1800.

4) Discurse:
a) O número $2^9.3$ é divisível por 2, 5, 8, 9 e 6?
b) É verdade que se um número natural for divisível por 4 e por 3, então ele é divisível por 4.3=12?
c) É verdade que, se um número natural for divisível por 4 e por 6, então ele tem que ser divisível por 4.6=24?
d) O número a não é divisível por 3. É possível que o número 2a seja divisível por 3?
e) O número a é par. É verdade que 3a tem que ser divisível por 6?
f) O número 5a é divisível por 3. É verdade que a tem que ser divisível por 3?
g) O número 15a divisível por 6. É verdade que a tem que ser divisível por 6?

5) Liste todos os divisores positivos de $a=3^3.5^2$.

6) Dois rolos de arame, um de 210 metros e outro de 330 metros, devem ser cortados em pedaços de mesmo comprimento. De que modo isto pode ser feito se desejamos que cada um destes pedaços tenha o maior comprimento possível?

7) Dois ciclistas correm numa pista circular e gastam, respectivamente, 30 segundos e 35 segundos para completar uma volta na pista. Eles partem do mesmo local e no mesmo instante. Após algum tempo os dois atletas se encontram, pela primeira vez, no local de largada. Neste momento o atleta mais veloz estará completando quantas voltas? E o menos veloz? Depois de quanto tempo de largada ocorrerá o encontro?

8) Qual é o menor número inteiro positivo N tal que N/3, N/4, N/5, N/6 e N/7 sejam todos números inteiros?

9) Em uma lousa são escritos os 2014 inteiros positivos de 1 até 2014. A operação permitida é escolher dois números a e b, apagá-los e escrever em seus lugares os números mdc(a,b) e mmc(a,b). Essa operação pode ser feita com quaisquer dois números que estão na lousa, incluindo os números que resultaram de operações anteriores. Determine qual a maior quantidade de números 1 que podemos deixar na lousa.

10) Mostre que se o produto N = (n+ 6m)(2n+ 5m)(3n+ 4m) é múltiplo de 7, com m e n números naturais, então N ´e múltiplo de 73 = 343.