

PIC-2016  
PO: GENILSON SOARES

01. Qual o resto de  $36^{36} + 41^{41}$  na divisão por 77?
02. Qual e a maior potência de 2 que divide  $2011^{2012} - 1$ ?
- 03 Qual o resto de  $1^{2000} + 2^{2000} + \dots + 2000^{2000}$  na divisão por 7?
04. Prove que  $n^5 + 4n$  é divisível por 5 para todo  $n$  inteiro.
05. Mostre que para nenhum  $n$  natural  $2^n + 1$  é um cubo.
06. Em cada item, encontre o menor inteiro positivo  $x$  que satisfaz as congruências:
  - a)  $x \equiv -5 \pmod{7}$
  - b)  $3x \equiv 9 \pmod{13}$
07. Mostre que a equação  $x^2 - 13y^2 = 275$  não admite soluções inteiras.

Pequeno Teorema de Fermat: Seja  $p$  primo. Se  $p$  não divide  $a$  então  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ .

08. Encontre os restos da divisão de  $2^{24}$  por
  - a) 5
  - b) 7
  - c) 11
  - d) 17

09. Prove que  $20^{15} - 1$  é divisível por 11.

10. Sejam  $p$  um número primo,  $a$  e  $n$  inteiros positivos. Prove que se  $2^p + 3^p = a^p$  então  $n = 1$ .