

Questões da Avaliação Presencial 1 – Nível 3 – 11 PIC

Questão 1 (4,0 pontos):

Em um país imaginário, a “merreca” é a moeda adotada em seu sistema monetário. Lá existem notas de 1, 3, 5 e 75 merrecas. É possível trocar uma nota de 75 merrecas por trinta notas com valores 1, 3 ou 5 merrecas? Justifique sua resposta.

(Dica: analise paridades).

Resolução esperada:

Não é possível, porque a soma de uma quantidade par (30 é par) de números ímpares (1, 3 e 5 são ímpares) é par, sendo que 75 é ímpar.

Critério de pontuação:

- Observou que a soma de uma quantidade par de números ímpares é par: 3,0 pontos;
- Citou que 75 ímpar e concluiu o resultado: 1,0 ponto.

Questão 2 (3,0 pontos):

De quantos modos 5 homens e 5 mulheres podem se sentar em 5 bancos de dois lugares, sendo que em cada banco deve haver um homem e uma mulher?

Resolução esperada:

Ordenemos as mulheres e os homens conforme a ordem alfabética de seus nomes, por exemplo. A primeira mulher pode escolher seu lugar de 10 modos. A segunda mulher, de 8 modos, e as demais mulheres de 6, de 4 e de 2 modos. O primeiro homem pode escolher seu lugar de 5 modos. O segundo homem, de 4 modos, e os demais homens de 3, de 2 e de 1 modos. Assim, a resposta é $10 \times 8 \times 6 \times 4 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 460800$.

Critério de pontuação:

- Contou o número de modos de dispor as mulheres (ou, respectivamente, de dispor os homens) em seus lugares: 1,0 ponto;
- Contou o número de modos de dispor os homens (ou, respectivamente, de dispor as mulheres) em seus lugares: 1,0 ponto;
- Concluiu o resultado, usando o Princípio Multiplicativo: 1,0 ponto.

Questão 3 (3,0 pontos):

No paralelogramo $ABCD$ de área 1, os pontos P , Q e R , nesta ordem, dividem a diagonal AC em quatro partes iguais. Qual é a área do triângulo DPQ ?

Resolução esperada:

Como os triângulos ABC e ACD são congruentes, já que $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ e AC é lado comum aos dois triângulos, então têm a mesma área. Como a área de $ABCD$ é igual à soma das áreas de ABC e ACD , que têm a mesma área, então a área de ACD é igual a metade da área de $ABCD$ e, logo, a área de ACD é igual a $\frac{1}{2}$, já que a área de $ABCD$ é igual a 1. Os triângulos ADP , DPQ , DQR e DCR têm a mesma área porque suas alturas relativas ao vértice D são congruentes e $\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{CR}$. Como a área de ACD é igual à soma das áreas de ADP , DPQ , DQR e DCR , que têm a mesma área, então a área de DPQ é igual a um quarto da área de ACD e, logo, a área de DPQ é igual a $\frac{1/2}{4} = \frac{1}{8}$, já que a área de ACD é igual a $\frac{1}{2}$.

Critério de pontuação:

- Concluiu, justificando, que a área de ACD é igual a $\frac{1}{2}$: 1,0 ponto;
- Concluiu, justificando, que os triângulos ADP , DPQ , DQR e DCR têm a mesma área: 1,0 ponto;
- Concluiu a área de DPQ : 1,0 ponto.