

Combinação

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Numa sala há 6 pessoas e cada uma cumprimenta todas as outras pessoas com um único aperto de mão. Quantos foram os apertos de mão?

Exercício 2. De quantas formas podemos escolher 2 pessoas, de um grupo de 5, para uma viagem?

Exercício 3. Dispondo de 6 frutas, quantas vitaminas podemos fazer utilizando exatamente três destas frutas?

Exercício 4. Quantos drinks podem ser feitos com três bebidas, se dispomos de cinco tipos de bebidas?

Exercício 5. São dados 10 pontos no plano, de maneira que não existe reta que contenha mais de dois destes pontos.

- Qual o número de retas que contém dois destes pontos?
- Quantos triângulos podem ser desenhados, cujos vértices são três destes pontos?
- Quantos heptágonos podem ser desenhados, cujos vértices são sete destes pontos?

Comentário para professores: A quantidade de maneiras das quais podemos tomar p elementos de um conjunto de n elementos ($n \geq p$) é a mesma que tomar $(n - p)$ elementos, ou seja, é indiferente se contamos de quantas maneiras podemos tomar p ou deixar p . Assim $C_{n,p} = C_{n,n-p}$.

Exercício 6. Dado o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Quantos são os subconjuntos com apenas

- 2 elementos?
- 4 elementos?

2 Exercícios de Fixação

Exercício 7. Quantos são os subconjuntos de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ que possuem apenas 3 elementos?

Exercício 8. Num torneio com 6 times, cada time joga com cada um dos outros uma única vez. Quantos são os jogos?

Exercício 9. O volante da Mega-Sena contém 60 números (cada um chamado de dezena), que são 01, 02, 03, ..., 60. O resultado de um sorteio é composto de 6 dezenas, sorteadas entre as 60 dezenas.

- Quantos são os resultados possíveis?
- Quantos resultados são formados por 4 números pares e 2 números ímpares?

c) Quantos são os resultados contendo o número 13?

Exercício 10. Em grupo de 14 pessoas, existem 5 médicos, 6 advogados e 3 engenheiros. Quantas comissões de 7 pessoas podem ser formadas, cada qual constituída de 3 médicos, 2 advogados e 2 engenheiros?

Exercício 11. Em um grupo de 10 pessoas, das quais figuram Ana, Beatriz, Carla e Daniela. Quantas comissões com cinco pessoas podemos formar

- ao todo?
- nas quais figura Ana, mas não Beatriz?
- nas quais figuram Ana ou Beatriz ou Carla ou Daniela, mas nunca as quatro juntas?

Exercício 12. Sejam os vértices de um octógono regular.

- Quantos triângulos podemos obter unindo três destes vértices?
- Destes triângulos, quantos são retângulos?

Exercício 13. Quantas são as diagonais de um decágono convexo?

Exercício 14. Em tabuleiro de xadrez (8×8), quantos retângulos podemos desenhar cujos lados estão sobre as linhas deste tabuleiro?

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 15. Dadas duas retas paralelas r e s . Sobre r toman-se 5 pontos e sobre s toman-se 4 pontos. Quantos triângulos podemos formar com vértices em 3 desses 9 pontos?

Exercício 16. De um pelotão de 10 soldados, quantas equipes de cinco soldados podem ser formadas se em cada equipe um soldado é destacado como líder?

Exercício 17. Uma estante de biblioteca tem 16 livros: 11 exemplares do livro COMBINATÓRIA É FÁCIL e 5 exemplares do livro COMBINATÓRIA NÃO É DIFÍCIL. Considere que os livros de mesmo título sejam indistinguíveis. Determine de quantas maneiras diferentes podemos dispor os 16 livros na estante de modo que dois exemplares de COMBINATÓRIA NÃO É DIFÍCIL nunca estejam juntos.

Exercício 18. Em todos os 53 finais de semana do ano 2000, Júlia irá convidar duas de suas amigas para sua casa em Teresópolis, sendo que nunca o mesmo par de amigas se repetirá durante o ano.

- Determine o maior número possível de amigas que Júlia poderá convidar.

b) Determine o menor número possível de amigas que Júlia poderá convidar.

Exercício 19. De quantas maneiras podem ser escolhidos três números naturais distintos, de 1 a 30, de modo que sua soma seja par?

Exercício 20. O número 2568 possui dígitos em ordem crescente. Os números 5667 e 3769 não possuem dígitos em ordem crescente. Quantos são os números naturais entre 1000 e 9999 que possuem seus dígitos em ordem crescente?

Exercício 21. Led, um famoso herói de jogos, tem um novo desafio: abrir o portal do dragão. O portal possui 10 cadeados distintos. Para o portal ser aberto, o herói deve possuir pelo menos uma chave para cada cadeado. Para conseguir as chaves dos cadeados, Led deve abrir caixas espalhadas pelo jogo. Existem 45 caixas em tal jogo e cada uma delas contém duas chaves distintas. Além disso, cada chave abre exatamente um dos 10 cadeados, duas chaves de uma mesma caixa abrem cadeados diferentes e não existem duas caixas tais que suas chaves abrem exatamente os mesmos dois cadeados. Qual o número mínimo de caixas que Led deve abrir para garantir a posse de 10 chaves distintas e assim abrir o portal?