$$52 = (110100)_2 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$
$$= 2^2 + 2^4 + 2^5.$$

Na seqüência das divisões, um resto será 0 quando o dividendo for par, e 1 quando o dividendo for ímpar, daí a importância de tomar nota apenas das potências de 2 correspondentes aos restos ímpares.

O título *adivinhação egípcia* é inspirado nos algoritmos de multiplicação dos antigos egípcios, baseados na decomposição de inteiros positivos como somas de potências distintas de 2.

Adaptado do artigo
Mágicas com números
João C. V. Sampaio, **RPM** 60.

Painel IX
Destreza ou esperteza?

Certa vez, quando eu tinha 15 anos, um amigo da minha família afirmou que sabia fazer contas mentalmente e com muita rapidez. Para "provar" isso, propôs a seguinte brincadeira:

"Vou escrever um número com sete algarismos. Em seguida, você escreve, abaixo do meu número, outro número com sete algarismos. Repetimos isso mais uma vez, eu escrevo meu terceiro número e, então, eu direi a você, sem fazer cálculos, qual é o valor da soma dos cinco números".

Eu, um tanto desconfiado, aceitei a proposta, ocorrendo o seguinte:

1º número escrito por ele:	3 574 186
1º número escrito por mim:	1 247 064
2º número escrito por ele:	8 752 935
2º número escrito por mim:	4 955 231
3º número escrito por ele:	5 044 768
Soma fornecida por ele:	23 574 184

Conferi a soma manualmente e constatei que estava correta. Fiquei atônito observando aqueles números por alguns instantes, mas nada consegui concluir. Ele propôs outra conta e novamente acertou o resultado em poucos segundos. Claro que eu sabia (ou desconfiava) que existia algum truque por trás daquilo, mas fiquei por alguns anos sem saber qual era. Vamos agora mostrar que, na realidade, tudo não passa de um pouquinho de álgebra: observe que o segundo e o terceiro números escritos por ele são construídos a partir do anterior, de modo que a soma com o anterior seja igual a $9\,999\,999$. Veja:

1º número escrito por mim + 2º número escrito por ele

$$\mathbf{1\,247\,064 + 8\,752\,935 = 9\,999\,999}$$

2º número escrito por mim + 3º número escrito por ele

$$\mathbf{4\,955\,231 + 5\,044\,768 = 9\,999\,999}$$

Observe agora que, como $9\,999\,999 = 10\,000\,000 - 1$, a soma total é igual a: primeiro número somado + $2 \times (10\,000\,000 - 1) = 20\,000\,000 - 2$, ou seja, $(3\,574\,186 + 20\,000\,000) - 2$. Para efetuar a soma entre parênteses, observando que o número de zeros em $20\,000\,000$ é igual ao número de dígitos do número inicial, basta acrescentar o dígito 2 na frente do número original, o que resulta em $23\,574\,186$. Subtraindo 2, obtemos a soma.

Note que, para realizar a última operação, no caso em que o algarismo das unidades do primeiro número é maior do que ou igual a 2, basta subtrair 2 do algarismo das unidades, mantendo os outros dígitos inalterados. Se ele for 0 ou 1, então a subtração é um pouco mais complicada, sendo necessário "emprestar" 1 do algarismo das dezenas para depois subtrair 2. Como $10 - 2 = 8$, isso é equivalente a subtrair 1 do algarismo das dezenas e somar 8 ao algarismo das unidades, se esse não for nulo. Se o algarismo das dezenas for nulo, então é preciso emprestar 1 do algarismo das centenas e assim por diante.

Observe que, no caso do desafio proposto pelo amigo de minha família, o número inicial é $3\,574\,186$. Colocando 2 no início, obtemos $23\,574\,186$. Subtraindo 2 do algarismo das unidades, obtemos $23\,574\,184$, que é a soma procurada.

Se alguém o desafiar, você pode tentar dificultar o trabalho para o desafiante dizendo: “Quero ver se você acerta o resultado no caso do primeiro número escrito ter o algarismo das unidades menor que 2, ou seja, igual a 0 ou 1, e o das dezenas nulo”. Isso testará se ele entendeu realmente como funciona o truque, que pode ser adaptado facilmente para o caso de mais dígitos ou para um número maior de somandos. Deixamos para o leitor esse trabalho.

Adaptado do artigo
Destreza ou esperteza?
Vanderlei Nemitz, **RPM** 64.

Painel X
Determinante para fatorar

Há alguns anos, quando ainda existia a União Soviética, submeteu-se aos participantes de uma olimpíada juvenil de Matemática a seguinte questão, aparentemente simples:

Fatorar a expressão $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

Mesmo bons professores de Matemática, se não conhecerem algum truque, terão dificuldade em resolver esse problema pelo método direto. Quem duvidar, que o tente.

Entretanto, a teoria dos determinantes dá uma solução fulminante ao problema. Vejamos: seja o determinante

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - abc - abc - abc = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc\,,$$

exatamente a expressão que desejamos fatorar.

O determinante não se altera se substituímos, por exemplo, a primeira linha da matriz por sua soma com as duas outras, ou seja