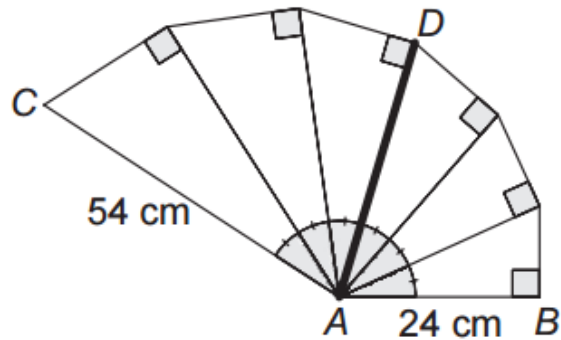


(OBMEP 2009)

14. Os seis triângulos da figura são retângulos e seus ângulos com vértice no ponto A são iguais. Além disso, $AB = 24$ cm e $AC = 54$ cm. Qual é o comprimento de AD ?

- A) 30 cm
- B) 34 cm
- C) 36 cm
- D) 38 cm
- E) 39 cm



QUESTÃO 14

ALTERNATIVA C

Vamos denotar as hipotenusas dos triângulos retângulos que aparecem na figura por a , b , x , d e c , como na figura; nosso objetivo é achar $x = AD$.

Os seis triângulos retângulos são semelhantes, pois têm em comum o ângulo de vértice A . Logo

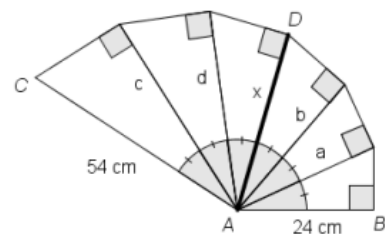
$$\frac{24}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{x} = \frac{x}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{54}$$

Multiplicando os três primeiros termos acima e, separadamente, os três

últimos, obtemos $\frac{24}{x} = \frac{x}{54}$. Logo $x^2 = 24 \times 54 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3^3 = 2^4 \times 3^4 = 4^2 \times 9^2 = 36^2$, donde $x = 36$ cm.

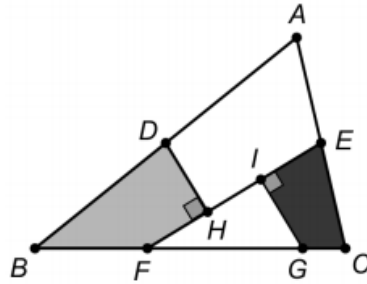
Alternativamente, seja $\lambda = \frac{24}{a}$. Multiplicando os seis termos da sequência de igualdades acima, obtemos

$\lambda^6 = \frac{24}{54} = \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$, donde $\lambda^3 = \frac{2}{3}$. Por outro lado, $\lambda^3 = \frac{24}{a} \times \frac{a}{b} \times \frac{b}{x} = \frac{24}{x}$ e obtemos $\frac{24}{x} = \frac{2}{3}$, donde $x = 36$ cm.

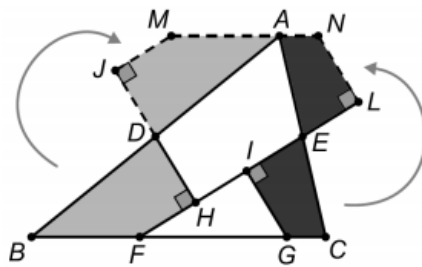


36 Um triângulo em quatro partes

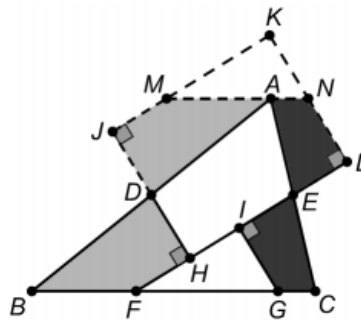
Em todas as figuras desta questão, vemos um triângulo ABC dividido em quatro partes; nesses triângulos, D é ponto médio de AB , E é ponto médio de AC e FG mede $\frac{1}{2}BC$.



a) Os quadriláteros $DJMA$ e $ELNA$ são obtidos girando de 180° os quadriláteros $DHFB$ e $EIGC$ em torno de D e E , respectivamente. Explique por que os pontos M , A e N estão alinhados, ou seja, por que a medida do ângulo $M\hat{A}N$ é igual a 180° .



b) Na figura abaixo, o ponto K é a interseção das retas JM e LN . Explique por que os triângulos FGI e MNK são congruentes.



Os itens acima mostram que $HJKL$ é um retângulo formado com as quatro partes em que o triângulo ABC foi dividido.

c) Mostre que $LH = EF$.

d) Na figura abaixo o triângulo ABC tem área 9 e $HJKL$ é um quadrado. Calcule o comprimento de EF .

