**Atividades – Contagem 3**

1. Um vagão do metrô tem 10 bancos individuais, sendo 5 de frente e 5 de costas. De 10 passageiros, 4 preferem se sentar de frente, 3 preferem se sentar de costas, e os demais não têm preferência. De quantos modos eles podem se sentar, respeitadas as preferências?

1-Resposta: Para os quatro bancos da frente podemos organizar as pessoas de (4 x 3 x 2 x 1=) 24 maneiras diferentes. Para os três bancos de trás podemos organizar as três pessoas de (3 x 2 x 1=) 6 maneiras diferentes. E agora, para os três bancos restantes temos (3 x 2 x 1=) 6 maneiras de organizar as pessoas. Multiplicando, temos que, respeitadas as preferências, os passageiros podem se sentar de 4! x 3! x 3! Ou 24 x 6 x 6 = 864 maneiras diferentes.

1. Tendo 4 cores disponíveis, de quantos modos se pode pintar uma bandeira com 3 listras, tendo listras adjacentes de cores distintas? Um aluno deu a seguinte solução: “Primeiro, eu vou pintar as listras extremas; para cada uma, eu tenho 4 possibilidades de escolha. Depois, eu pinto a listra central; como ela tem que ter cor diferente das duas vizinhas, eu posso escolher sua cor de apenas 2 modos. Logo, o número total de modos de pintar a bandeira é 4 × 4 × 2 = 32”. A solução está certa ou errada? Se estiver errada, onde está o erro?

2-Resposta: Errada. Para a parte superior, (por exemplo) temos 4 opções de cores para pintá-la. Para a parte ’’do meio’’ temos 3 opções de cores para pintá-la, pois uma das cores já está sendo usada na primeira parte. E agora, para a terceira parte temos novamente 3 opções de cores para pintá-la, pois essa pode ter a mesma cor da primeira parte, não podendo ter somente a cor de sua listra vizinha. Multiplicando, temos que na verdade, pode-se pintar a bandeira com a s cores em questão de (4 x 3 x 3=) 36 maneiras diferentes. O erro dele foi considerar que a cor do meio só pode ter 2 opções de cores diferentes, pois fazendo isso, ele desconsideraria o caso em que a primeira e a terceira cor são iguais.

1. Com 5 homens e 5 mulheres, de quantos modos se pode formar um casal? Este problema foi resolvido por um aluno do modo a seguir: “A primeira pessoa do casal pode ser escolhida de 10 modos, pois ela pode ser homem ou mulher. Escolhida a primeira pessoa, a segunda pessoa só poderá ser escolhida de 5 modos, pois deve ser de sexo diferente do da primeira pessoa. Há, portanto, 10 × 5 = 50 modos de formar um casal.” A solução está certa ou errada? Se estiver errada, onde está o erro?

3-Resposta: Errada. A raciocínio correto a se ter era o que para escolher uma mulher para se formar um casal tem-se 5 opções diferentes, e para se escolher um homem ele tinha novamente 5 opções diferentes, e segundo o princípio multiplicativo, há (5 x 5=) 25 maneiras de se formar um casal.

4 - Simpliﬁque:

$$\frac{\left(2n\right)!}{\left(2n-2\right)!2!}$$

4-Resposta: Primeiramente o ‘‘2n’’ superior pode ser simplificado com o 2n inferior. Após, vemos que ambos os dois números restantes podem ser ‘‘cortados’’ entre si (-2! e 2!), dando como resultado final 1/1.

1. De quantas maneiras podemos montar uma ﬁla com n pessoas de modo que Francisco e sua esposa ocupem posições consecutivas.

 Resposta: n-2! Maneiras.

1. Considere a palavra CONTAGEM, determine o número de anagramas que:
2. Começam com A e terminam com E

a) Resposta: Tendo fixado as posições das letras A e E, temos 6 letras restantes para organizar de diferentes formas. E como diz o princípio multiplicativo, temos 6! (6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1) 720 maneiras de fazer um anagrama com as condições impostas.

1. Começam com A ou terminam com E

b) Resposta: Começando ou terminando com A ou E, respectivamente, fixamos o caso, facilitando a resolução do problema. Por exemplo, se começarmos com ‘A’, na última casa temos seis opções de escolha e não sete, pois não pode ser a letra ‘E’ (o mesmo vale no caso em que a letra E ocupa a última casa). E para o restante temos 6! Maneiras de organizar as letras restantes. E assim temos (1 x 6! x 6) 4.320 maneiras de fazer este anagrama.

1. Começam e terminam com vogal

Resposta: Para a primeira casa temos 3 opções de vogais e para a última temos 2 opções de vogais e nos resta agora 6! Maneiras de organizar as outras letras dentro desse conjunto. E assim temos (3 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 x 2) 4.320 maneiras de fazer um anagrama.

1. De quantas maneiras é possível escolher uma vogal e uma consoante da palavra TOCAIA?

Resposta: Para escolher uma vogal temos 4 opções, e para escolher uma consoante temos 2 opções, o que nos leva a ter (4 x 2) 8 maneiras de escolher uma vogal e uma consoante da palavra TOCAIA.