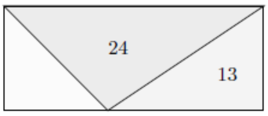
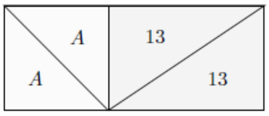
Exercícios

1. Dois segmentos dividem o retângulo da figura a seguir em três triângulos. Um deles tem área 24 e outro tem área 13. Determine a área do terceiro triângulo.

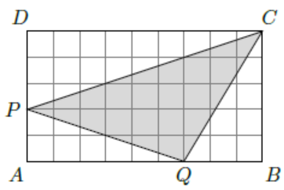


Solução: Observe a figura a seguir.



Como a diagonal de um retângulo o divide em dois triângulos de mesma área, vemos que o triângulo de área 24 tem como área a soma das áreas do triângulo de área 13 e do triângulo de área desconhecida. Se este triângulo tem área igual a A, então concluímos que $A+13 = 24$ e, portanto, $A = 24-13 = 11$.

2. Na figura a seguir, ABCD é um retângulo de base 9 e de altura 5. Determine a área do triângulo CPQ.



Solução: Em algumas situações, para o cálculo de uma área, é mais fácil considerar uma região maior e subtrair dela pedaços que não fazem parte da região que se pretende calcular a área. No caso deste problema, para calcular a área do triângulo CPQ podemos subtrair da área do retângulo ABCD as áreas dos triângulos brancos CDP, PAQ e QBC. Como

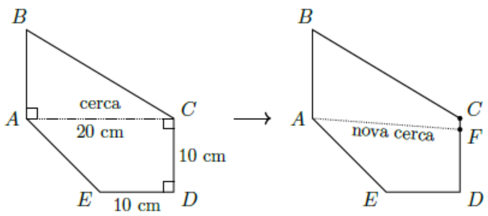
- área(ABCD)$= 9 \times 5 = 45$
- área(CDP) $= \dfrac{9 \times 3}{2} = 13,5$
- área(PAQ) $= \dfrac{6 \times 2}{2} = 6$
- área(QBC)$= \dfrac{3 \times 5}{2} = 7,5$

temos que área$(CPQ) = 45 - 13,5 - 6 - 7,5 = 18$.

3.(OBMEP 2008- N1Q2-2 fase) A figura da esquerda representa o terreno de Dona Idalina. Este terreno é dividido em duas partes por uma cerca, representada pelo segmento AC. A parte triangular ABC tem área igual a $120m^2$.

a) Qual é a área total do terreno?

b) Dona Idalina quer fazer uma nova cerca, representada pelo segmento AF na figura da direita, de modo a dividir o terreno em duas partes de mesma área. Qual deve ser a distância CF?



a) O terreno de Dona Idalina é formado por um triângulo ABC e por um trapézio ACDE. O triângulo ABC tem área igual $a120m^2$. O trapézio ACDE tem base maior $AC = 20m$, tem base menor $DE = 10m$ e tem altura $CD = 10m$. Logo a área deste trapézio é igual a $\frac{(20+10)\times 10}{2} = 150m^2$. Daí a área total do terreno é igual a

$$\text{área}(ABC) + \text{ área } (ACDE) = 120 + 150 = 270m^2:$$

b) Como o terreno tem $270m^2$, ao dividi-lo em duas partes ABCF e AFDE de áreas iguais, cada uma destas partes deve ter área igual a $\frac{270}{2} = 135m^2$. Note que ABCF é um trapézio de base maior $AB = 12m$, base menor CF e altura $AC = 20m$. Calculando a área deste trapézio pela fórmula usual e a igualando a $135m^2$, obtemos

$$\frac{(12 + CF)\times 20}{2} = 135$$

Resolvendo esta equação obtemos $CF = 1,5m$.

4.José dividiu um segmento de reta em seis partes iguais. Ele observou que os pontos das extremidades do segmento correspondem às marcas de 5 cm e 8 cm de sua régua. Qual dos pontos corresponde à marca de 6 cm da régua?

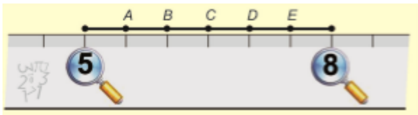
a) A

b) B

c) C

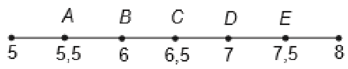
d) D

e) E

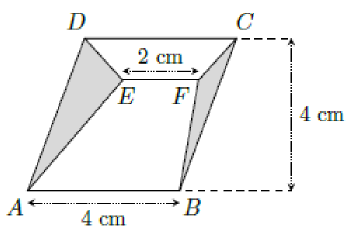


Solução: Alternativa c

O comprimento do segmento é 8–5 $= 3cm$. Como ele foi dividido em 6 partes iguais, cada uma das partes mede $3 \div 6 = 0,5cm$. Da marcação 5 até a marcação 6, temos um intervalo de $1cm$, mas $1 = 2 \times 0,5$, logo, a partir da marcação $5cm$, há duas partes de $0,5cm$ para chegarmos até $6cm$. Concluímos que 6 cm corresponde ao ponto B.



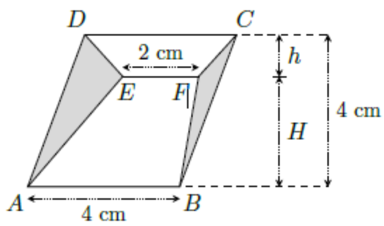
5. (OBMEP 2009-N2Q18-1 fase) Na figura, ABCD é um paralelogramo e o segmento EF é paralelo a AB. Qual é a soma das áreas dos triângulos sombreados?



Solução: Como no problema anterior, vamos subtrair de uma área maior, áreas de regiões que não fazem parte da
gura que pretendemos calcular a área. Aqui vamos subtrair da área do paralelogramo ABCD as áreas dos trapézios brancos ABFE e CDEF.

- O paralelogramo ABCD tem base $4cm$ e tem altura $4cm$. Logo sua área é igual a $4 \times 4 = 16cm^2$.

- O trapézio ABFE tem base maior $4cm$, tem base menor $2cm$ e tem uma altura H. A área deste trapézio é $\dfrac{(2+4)\times H}{2} = 3H$.
- O trapézio CDEF tem base maior $4cm$, tem base menor $2cm$ e tem uma altura h. A área deste trapézio é $\dfrac{(2+4)\times h}{2} = 3h$.



Daí a soma das áreas dos triângulos sombreados é igual a $16 - 3H - 3h = 16 - 3\times(H+h)$. Observe agora que a soma das alturas $H+h$ dos trapézios é igual a altura 4 do paralelogramo. Logo, $H+h=4$ e, portanto, a soma das áreas dos triângulos sombreados é igual a $16-3\times(H+h) = 16-3\times 4 = 16-12 = 4cm^2$.