

Números Primos, MDC e MMC

Número Primo e Composto

Um número natural diferente de 0 e 1 e que é apenas múltiplo de 1 e de si próprio é chamado de número primo. Um número que não é primo é chamado de número composto.

Exemplo: 2, 3, 5 e 7 são primos, enquanto 4, 6 e 8 são números compostos, por serem múltiplos de 2.

Pela definição vemos que ela não classifica o 0 e o 1 nem como primos e nem como compostos. Assim todos os números naturais, exceto 0 e 1, são classificados em primo ou composto.

Crivo de Erastóstenes

O Crivo de Erastóstenes é um método trabalhoso para encontrar número primos, lembrando que não existe nenhuma fórmula para calcular números primos.

O Crivo consiste, seja $n=250$, logo escrevemos em um quadro os números de 2 a 250 (1 não é primo e nem composto), e com isso vamos riscando os múltiplos de 2, depois de 3, depois de 4,, até os múltiplos de 250, assim os números que sobram são primos.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132
133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156
157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168
169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192
193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204
205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216
217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228
229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250		

Teorema Fundamental da Aritmética

Todo número natural e maior que 1 pode ser escrito como um produto de números primos.

Exemplo: Decomponha os números em fatores primos:

a) 150

$$\begin{array}{r|l}
 150 & 2 \\
 75 & 3 \\
 25 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 & \Rightarrow 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2
 \end{array}$$

b) 342

$$\begin{array}{r|l}
 342 & 2 \\
 171 & 3 \\
 59 & 3 \\
 19 & 19 \\
 1 & \\
 \hline
 & \Rightarrow 342 = 2 \cdot 3^2 \cdot 19
 \end{array}$$

MDC e MMC

MDC(a,b) é o máximo divisor comum de a e b.

MMC(a,b) é o mínimo múltiplo comum de a e b.

Como calcular?

É simples, usando a fatoração dos números conseguimos calcular facilmente.

Exemplo: Calcule o mdc (150, 342) e o mmc (150, 342):

Como já vimos a cima:

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$342 = 2 \cdot 3^2 \cdot 19$$

- No mdc (150, 342) fazemos a interseção dessas potências, ou seja, só escolhemos o que temos em comum nos dois números:

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$342 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 19$$

Logo, $\text{mdc}(150, 342) = 2 \cdot 3 = 6$.

- No mmc (150, 342) fazemos a união dessas potências, ou seja, todos os números e aqueles que estão são iguais nas fatorações escolhemos a maior potência.

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$342 = 2 \cdot 3^2 \cdot 19$$

Logo $\text{mmc}(150, 342) = 2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 19 = 8550$