COLÉGIO MARISTA ARQUIDIOCESANO GRUPO MARISTA	**CURSO AVANÇADO DE MATEMÁTICA – 7º ano do EFII** Múltiplos e Divisores Data: 20/03/2017 Professor Sandro Coordenadora da área: Rita Laselva

Nome do Estudante: nº 7º ano EFII

Divisor de um número natural

Um número é divisor de outro quando o resto da divisão for igual a 0. Portanto,

12 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6 e 12.
36 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.
48 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 e 48.

Observações importantes:

- O menor divisor natural de um número é sempre o número 1.
- O maior divisor de um número é o próprio número.
- O zero não é divisor de nenhum número.
- Os divisores de um número formam um conjunto finito.

Alguns números têm apenas dois divisores: o 1 e ele mesmo. Esses números são chamados de primos. Observe os números primos de 1 a 100 destacados no crivo de Eratóstenes:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Múltiplos de um número

Um número natural é múltiplo de um outro , quando a sua divisão por esse outro é exata. Assim, 21 é múltiplo de 3 e 7 pois:

a) 21 : 3 = 7 **b) 21 : 7 = 3**

DEFINIÇÃO: MÚLTIPLO de um número é o produto desse número por um número natural qualquer.

Dessa forma, para se obter os múltiplos de um número, basta multiplicá-lo sucessivamente pelos termos da sequência natural dos números. Como essa sequência é ilimitada, concluí-se que:

Todo número tem uma infinidade de múltiplos.

Excluindo o zero, o menor múltiplo de um número é o próprio número. Exemplos:
Os múltiplos de 2 são : M (2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10 ...}
Os múltiplos de 5 são : M (5) = {0, 5, 10, 15, 20, ...}

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

I) Divisibilidade por 2

Um número inteiro é divisível por 2 se, e somente se, o algarismo da ordem das unidades for **0** ou **2** ou **4** ou **6** ou **8**.

II) Divisibilidade por 3

Um número inteiro é divisível por 3 se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por 3.

III) Divisibilidade por 4

Um número inteiro é divisível por 4 se, e somente se, o número formado pelos dois últimos algarismos for divisível por 4 ou terminar em 00.

IV) Divisibilidade por 5

Um número inteiro é divisível por 5 se, e somente se, o algarismo da ordem das unidades for **0** ou 5.

V) Divisibilidade por 8

Um número inteiro é divisível por 8 se, e somente se, o número formado pelos três últimos algarismos for divisível por 8 ou terminar em 000.

VI) Divisibilidade por 9

Um número inteiro é divisível por 9 se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por 9

VII) Divisibilidade por:

6 - Um número inteiro é divisível por 6 se, e somente se, for divisível por 2 e por 3.

12 - Um número inteiro é divisível por 12 se, e somente se, for divisível por 3 e por 4.

15 - Um número inteiro é divisível por 15 se, e somente se, for divisível por 3 e por 5.

18 - Um número inteiro é divisível por 18 se, e somente se, for divisível por 2 e por 9.

De uma forma geral, se os números inteiros **a** e **b** forem primos entre si e se um número é divisível por **a** e por **b** então também será divisível por **a.b**.

Por exemplo:
18360 é divisível por:
2 pois termina em 0.
3 pois 1 + 8 + 3 + 6 + 0 = 18 que é divisível por 3.
4 pois 60 é divisível por 4.
5 pois termina em 0.
6 pois é divisível por 2 e por 3.
8 pois 360 é divisível por 8.
9 pois 1 + 8 + 3 + 6 + 0 = 18 que é divisível por 9.
12 pois é divisível por 3 e por 4.
15 pois é divisível por 3 e por 5.
18 pois é divisível por 2 e por 9.

DIVISÃO EUCLIDIANA OU ALGORITMO DA DIVISÃO

Sejam **a** e **b** números naturais, com b ≠ 0, então existe um único número natural **q** chamado quociente, e um único número natural **r** , chamado resto, tais que: **a = b . q + r** e **r < b** ou seja :

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline r & q \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a = b \,.\, q + r \\ r < b \end{cases}$$

Observações:

Se a < b então q = 0 e r = a.

Se r = 0 então a divisão é chamada exata.

Por exemplo:

I) Dividindo 14 por n ($n \in N^*$) obtemos quociente 4 e resto 2. Determine n:

$$\begin{array}{c|c} 14 & n \\ \hline 2 & 4 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 14 = n \,.\, 4 + 2 \\ 2 < n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ 2 < 3 \end{cases} \Rightarrow \text{logo } n = 3$$

II) Dividindo 25 por n ($n \in N^*$) obtemos quociente 3 e resto 7. Determine n:

$$\begin{array}{c|c} 25 & n \\ \hline 7 & 3 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 25 = n.3 + 7 \\ 7 < n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ 7 < 6 \text{ (falsa)} \end{cases} \Rightarrow \text{logo } \nexists \ n$$

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

Dois números naturais **a** e **b** , não nulos, são chamados primos entre si se, e somente se, apresenta apenas 1 como divisor comum.

a e **b** são primos entre si ⇔ mdc(a;b) = 1

NÚMEROS COMPOSTOS

Um número natural **a,** com a ≠ 1 e a ≠ 0, é composto se tem mais de dois divisores naturais distintos.

TEOREMA FUNDAMENTAL DA ARITMÉTICA

Todo número composto pode ser expresso como produto de fatores primos positivos, de uma única forma, a não ser pela ordem de seus fatores.

Por exemplo:

FATORAÇÃO

I)

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 60 = 2^2 \,.\, 3 \,.\, 5$$

II)

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 360 = 2^3 \,.\, 3^2 \,.\, 5$$

QUANTIDADE DE DIVISORES DE UM NÚMERO INTEIRO

O número de divisores naturais de um número inteiro é igual ao produto dos expoentes dos seus fatores primos aumentados do número 1.

Por exemplo:

I) A quantidade de divisores naturais de 60:

$60 = 2^2 . 3^1 . 5^1$

$n[D(60)] = (2 + 1) . (1 + 1) . (1 + 1) = 12$

de fato:

D(60) = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60}

Exercícios

1) Se o número $N = 2^x . 3^2$ tem 6 divisores naturais. Determine o valor de N.

2) Na divisão de A por B, números inteiros estritamente positivos, foram obtidos quociente 2 e resto 9. Obtém-se quociente 2 e resto 5, dividindo-se A por B acrescido de quanto?

3) O resto da divisão de um número natural n por 5 é 4. Então qual dos números abaixo é sempre é múltiplo de 5?

a) n b) n+5 c) n+1 d) n-5 e) n^2

4) Seja A um número natural, que ao ser dividido por 9 deixa resto 5, e ao ser dividido por 3 deixa resto 2. Sabendo-se que a soma dos quocientes obtidos nessas divisões é 9, determine o valor de A.

5) Dois números são tais que dividindo-se o maior pelo menor obtém-se quociente 2 e resto 6. Se a soma desses números é 36, então qual o produto deles?

6) Numa divisão o quociente é 3 e o resto 6.A soma do dividendo,do divisor,do quociente e do resto é 107. Qual a diferença entre o dividendo e o divisor?

7) (OBMEP -2016) Isabel escreveu em seu caderno o maior número de três algarismos que é múltiplo de 13. Qual é a soma dos algarismos do número que ela escreveu?

8) (OBMEP -2015) O número 4 580 254 é múltiplo de 7. Qual dos números abaixo também é múltiplo de 7?

a) 4 580 249 b) 4 580 248 c) 4 580 247 d) 4 580 246 e) 4 580 245

9) Quantos são os números ímpares, de cinco algarismos, nos quais a soma dos algarismos das unidades e das dezenas é 16 e a soma de todos os algarismos é um múltiplo de 5?

Gabarito:

1) 18
2) 2
3) C
4) 23
5) 260
6) 52
7) 25
8) C
9) 360