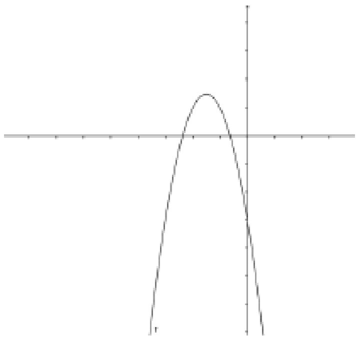
14

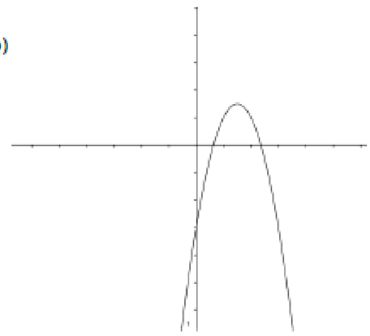
Na função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, os três coeficientes a, b e c são negativos, e $(b^2 - 4ac)$ é positivo.

Nessas condições, dentre os gráficos apresentados abaixo, o que representa corretamente essa função é:

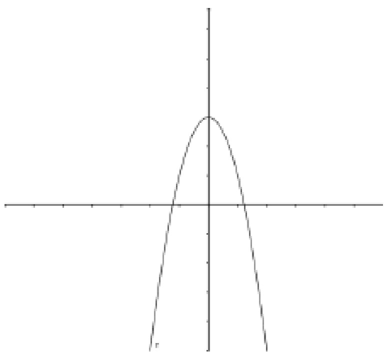
(a)



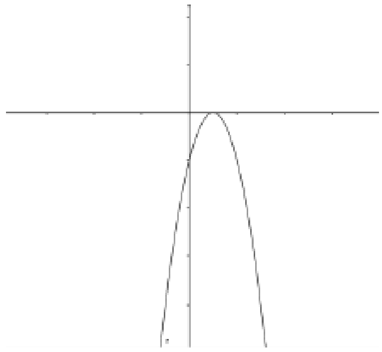
(b)



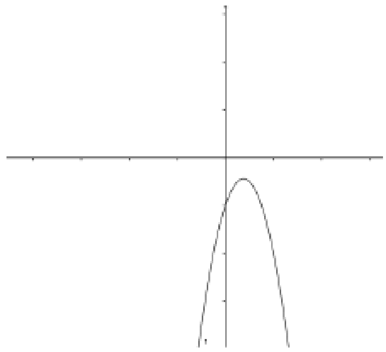
(c)



(d)



(e)



(f) I. R.

Uma solução:
Observe que $a < 0$ então a concavidade deve ser para baixo e $b^2 - 4ac > 0$, que significa que temos duas raizes reais.
Logo as opções d) e e) são falsas. O valor de c corresponde onde a função corta o eixo y, c é negativo logo a opção c) é falsa. A soma das raízes é $\frac{-b}{a}$, como a e b são negativos então a soma das raízes é negativa, assim a opção b) é falsa. Portanto a opção correta é a letra a)

15

O valor numérico da expressão $\dfrac{\frac{1}{y}}{1-\dfrac{1}{1-\frac{1}{x}}}$**, para** $x = 0{,}45222...$ **e** $y = 0{,}31888...$**, é**

(a) $-\dfrac{493}{287}$.

(b) $\dfrac{287}{493}$.

(c) 1.

(d) $\dfrac{493}{287}$.

(e) $-\dfrac{287}{493}$.

(f) I.R.

Uma solução:

$$\frac{\frac{1}{y}}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}} = \frac{\frac{1}{y}}{1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = \frac{\frac{1}{y}}{1-\frac{x}{x-1}} = \frac{\frac{1}{y}}{\frac{x-1-x}{x-1}} = \frac{\frac{1}{y}}{\frac{-1}{x-1}} = \frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{1-x}} = \frac{1-x}{y}$$

$x = 0,45222...$ e $y = 0,31888...$

fazendo $1000x = 452,222...$ e $100x = 45,222....$

$$1000x - 100x = 452 - 45$$

$$900x = 407$$

$$x = \frac{407}{900}$$

fazendo $1000y = 318,888...$ e $100y = 31,888....$

$$1000y - 100y = 318 - 31$$

$$900y = 287$$

$$y = \frac{287}{900}$$

Assim:

$$\frac{1-x}{y} = \frac{1-\frac{407}{900}}{\frac{287}{900}} = \frac{493}{287}$$

Resp: letra d

16

Sendo $f(n)$ definida por $f(0)=1$ e $\frac{f(n+1)}{f(n)}=3$, quando $n \in \mathbf{Z}_+$, o valor da soma $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(1000)$ é

(a) $\frac{3^{1001}+1}{2}$.

(b) 3^{1000}.

(c) $\frac{3^{1001}-1}{2}$.

(d) 3^{1001}.

(e) $2\cdot(3^{1001}-1)$.

(f) I.R.

Uma solução:
Se $f(0)=1$ então $f(1)=\frac{f(0+1)}{f(0)}=3$. Observe que $f(3)=9$ e $f(n)=3^n$, formando uma progressão geométrica de razão 3 e primeiro termo igual a 1. Logo $f(1000)=3^{1000}$.
A soma dos n primeiros termos de uma PG finita é: $S_n=a_1\frac{(q^{n+1}-1)}{q-1}$
Portanto:

$$f(0)+f(1)+\cdots+f(1000)=\frac{3^{1001-1}}{3-1}=\frac{3^{1001-1}}{2}$$

Resp: letra c

17

Sendo a função $g(x)=mx+n$, com $n,m\neq 0$ e a P.A. $\{g(1),g(a_2),g(a_3),\ldots,g(a_{90})\}$ tendo razão $6m$, a soma dos termos da P.A. $\{1,a_2,a_3,\ldots,a_{90}\}$ é

(a) 24570.

(b) 24120.

(b) 25020.

(c) 24660.

(d) 24030.

(e) I.R.

Uma solução:
Fazendo

$$g(a_2) - g(1) = ma_2 + n - (m + n) = 6m$$

$$m(a_2 - 1) = 6m$$

$$a_2 - 1 = 6$$

$$a_2 = 7$$

logo a razão é 6.
termo geral de uma PA: $a_n = 1 + (n - 1)r$
$a_{90} = 1 + (n - 1)6 = 535$
Assim: $\{1, 7, 13, \cdots, 535\}$
A soma de uma PA é:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Assim temos:

$$S_{90} = \frac{(1 + 535)90}{2} = 24120$$

Resposta letra b)

18

A média das idades de um grupo de pessoas era 18 anos. Quando uma pessoa de 27 anos juntou-se a esse grupo, a média subiu para 19,5 anos. **Nestas condições, o grupo estava inicialmente formado por**

(a) 5 pessoas.
(b) 4 pessoas.
(c) 6 pessoas.
(d) 8 pessoas.
(e) 10 pessoas.
(f) I.R.

Uma solução: Pela Média Aritimética temos que:

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = 18$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n + 27}{n + 1} = 19,5$$

$$\frac{18n + 27}{n + 1} = 19,5$$

$$18n + 27 = 19,5(n + 1)$$

$$19,5n - 18n = 27 - 19,5$$

$$1,5n = 7,5$$

$$n = 5$$

Resposta letra a)

19

Seja a o valor real positivo de x para o qual $f(x)=g(x)$, com $f(x)=5\log x$ e $g(x)=\log 25x$. **Nessas condições, é correto afirmar que a desigualdade $\left|x-a^2\right|<a$ é verificada quando x pertence ao intervalo**

(a) $]-\infty,\sqrt{5}[$.

(b) $]-\infty,5-\sqrt{5}[$.

(c) $]5+\sqrt{5},+\infty[$.

(d) $]5-\sqrt{5},5+\sqrt{5}[$.

(e) $]5\sqrt{5},+\infty[$.

(f) I.R.

Uma solução:

$$f(x)=g(x)$$

$$5\log(x)=\log(25x)$$

$$\log(x^5)=\log(25x)$$

$$x^5=25x$$

$$x^5-25x=0$$

x não pode ser zero, então temos que:

$$x^4-25=0$$

$$(x^2+5)(x^2-5)=(x^2+5)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})=0$$

Assim $a=\sqrt{5}$ Então temos:

$$|x-5|<\sqrt{5}\to 5-\sqrt{5}<x<5+\sqrt{5}$$

Resposta letra d)