

Nome: _____ Data: ___/___/___ Nota

(Questão 1) Um número x é formado por três algarismos distintos, $x = abc$, em que todos esses algarismos são diferentes de zero. Trocando a ordem do algarismo da dezena pelo algarismo da unidade obtém-se um novo número denotado por y . Representando x e y via o sistema de numeração decimal posicional, justifique a afirmação que segue:

“a diferença $x - y$ é sempre um múltiplo de 3, independentemente de quais sejam os valores de x ou de y ”

Solução: Se $x = abc$, então $y = acb$. Dessa forma, a diferença $x - y$ é igual a:

$$x - y = (100a + 10b + c) - (100a + 10c + b) = 9b - 9c = 3 \cdot (3(b - c)).$$

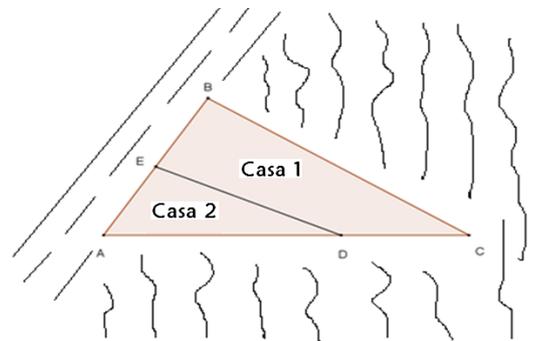
Portanto, $x - y$ é múltiplo de 3, independentemente dos valores não nulos que venham a assumir.

(Questão 2) De quantas maneiras podemos distribuir 6 livros diferentes entre 2 alunos, de modo que cada aluno receba pelo menos 1 livro?



Solução: Primeiramente vamos contar de quantas maneiras podemos distribuir os 6 livros entre os 2 alunos sem nenhuma restrição. Nesta situação, para cada livro existem duas opções, o livro pode ir para um dos dois alunos. Então, pelo princípio multiplicativo, o número de maneiras de distribuir esses livros dessa forma é igual a $2^6 = 64$. Mas, aqui também estamos contando as duas possibilidades em que todos os livros vão para apenas um ou para o outro aluno. Como estas duas possibilidades não devem ocorrer, vemos que a quantidade procurada no problema é igual a $64 - 2 = 62$.

(Questão 3) Dois irmãos receberam um terreno como herança de família, ele apresenta formato triangular ABC e área igual a 720 m^2 , conforme ilustra a figura que segue. Ele será dividido em duas partes, por um segmento reto ED, e serão construídas duas casas. O único lado voltado (AB) para a rua será dividido em duas partes iguais e o lado AC será dividido em duas partes de modo que $AD = (3/5)AC$. Determine as áreas dos novos terrenos ADE e BCDE.



(Sugestão: trace o segmento EC.)

Solução:

Segundo a sugestão apresentada, ao traçarmos o segmento EC obtemos dois triângulos EBC e AEC de mesma altura, observe a figura que segue. Observe, segundo o enunciado, que $AE = EB$, então obtemos $\text{área}(EBC) = (1/2) \cdot \text{área}(ABC) = 720/2 = 360 \text{ m}^2$ e $\text{área}(AEC) = \text{área}(EBC) = 360 \text{ m}^2$. Como os triângulos ACE e ADE possuem a mesma altura, digamos h , e como $AD = (3/5) \cdot AC$, então $\text{área}(ADE) = (1/2) \cdot AD \cdot h = (1/2) \cdot (3/5) \cdot AC \cdot h = (3/5) \cdot \text{área}(AEC) = (3/5) \cdot 360 = 216 \text{ m}^2$. Finalmente, obtemos a área (BCDE) = $\text{área}(ABC) - \text{área}(ADE) = 720 - 216 = 504 \text{ m}^2$.

