	Obmep na Escola - Pólo IEC - Unidade Oitis		**N2 e N3**
	Professor(a):Marcelo M. Costa	**Aritmética, Contagem e Geometria**	**1º Ciclo**
	Exame Presencial	**Valor: 10,0 pontos**	**Data: 16/07/16**

NOTA

Nome do(a) Estudante: ______________________________

Instruções para a prova:

1. Durante a prova não será permitido o uso do celular, que deverá ser guardado no modo silencioso;
2. As questões devem ser respondidas no espaço abaixo ou a seguir à questão, com todos os devidos cálculos apresentados;
3. A prova deve ser feita à caneta. Provas feitas a lápis não terão o direito à revisão da correção.
4. A interpretação faz parte da prova.

Boa Sorte!

1ª QUESTÃO	**4,0 pontos**	
Item por questão	**4,0 pontos**	**CORREÇÃO:________ pontos**

Em um país imaginário, a “merreca” é a moeda adotada em seu sistema monetário. Lá existem notas de 1, 3, 5 e 75 merrecas. É possível trocar uma nota de 75 merrecas por trinta notas com valores 1, 3 ou 5 merrecas? Justifique sua resposta.

Solução:

Não é possível, porque a soma de uma quantidade par (30 é par) de números ímpares (1, 3 e 5 são ímpares) é par, sendo que 75 é ímpar.

2ª QUESTÃO	3,0 pontos	
Item por questão	**3,0 pontos**	**CORREÇÃO:________ pontos**

De quantos modos 5 homens e 5 mulheres podem se sentar em 5 bancos de lugares, sendo que em cada banco deve haver um homem e uma mulher?

Solução:

Criemos uma estratégia para garantirmos que haverá um casal em cada banco, deixemos que as mulheres escolham primeiro e rrdenemos as mulheres e os homens conforme a ordem alfabética de seus nomes, por exemplo. A primeira mulher pode escolher seu lugar de 10 modos, pois cada banco possui dois lugares. A segunda mulher, de 8 modos, uma vez que não poderá escolher o mesmo banco da primeira mulher, e as demais mulheres de 6, de 4 e de 2 modos. Uma vez que todas as mulheres sentaram-se, só há 5 lugares para serem escolhilhos, um lugar em cada banco, o primeiro homem pode escolher seu lugar de 5 modos. O segundo homem, de 4 modos, e os demais homens de 3, de 2 e de 1 modos. Assim, aplicando o PFC, a resposta é

$$PFC = \overbrace{10 \times 8 \times 6 \times 4 \times 2}^{\text{mulheres}} \times \underbrace{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}_{\text{homens}} = 460800.$$

3ª QUESTÃO	3,0 pontos	
Item por questão	**3,0 pontos**	**CORREÇÃO:__________ pontos**

No paralelogramo $ABCD$ de área 1, os pontos P, Q e R, nesta ordem, dividem a diagonal AC em quatro partes iguais. Qual é a área do triângulo DPQ ?

Solução:

Como os triângulos ABC e ACD são congruentes pelo caso LLL. Podemos concluir isso através da definição de paralelogramo, onde seus lados opostos são congruentes, ou seja, $\overline{AD} = \overline{BC}$ e $\overline{AB} = \overline{CD}$ e $\overline{AC}$ é um lado comum aos dois triângulos. Como $ABCD$ é igual a soma das áreas de ABC e ACD, as quais são iguais, podemos concluir que ACD tem área igual a metade da área de $ABCD$, logo a área de ACD é $\frac{1}{2}$. Os triângulos ADP, DPQ, DQR e DCR têm a mesma área porque suas alturas relativas ao vértice D são congruentes e $\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{CR}$. Como a área de ACD é igual à soma das áreas de ADP, DPQ, DQR e DCR, que têm a mesma área, então a área de DPQ é igual a um quarto da área de ACD e, logo, a área de DPQ é igual a $\frac{1/2}{4} = \frac{1}{8}$, já que a área de $ACD = 1/2$.