

Contagem 2: permutação e resolução de exercícios de contagem

- Assuntos a serem abordados:

Contagem – permutação e resolução de exercícios de contagem

- Textos:

- Apresentado neste roteiro da aula
- Apostila 2 do PIC, "métodos de contagem e probabilidade" do professor Paulo Cezar Pinto Carvalho. <http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

- Vídeoaulas do Portal da Matemática:

2º Ano do Ensino Médio – Módulo: "princípios básicos de contagem" – Aula: "permutação simples" – Videoaula:

- [Fatorial e Permutação Simples](#)
- [Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 1](#)
- [Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 2](#)
- [Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 3](#)
- [Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 4](#)

- Videoaulas no canal picobmep no Youtube:

- [Contagem – vídeo 4](#)

- Sugestão para o desenvolvimento da aula

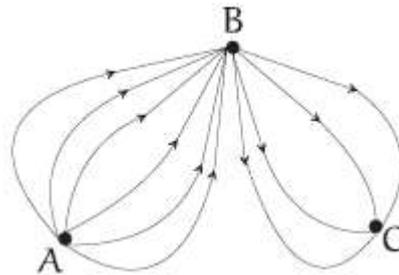
Sugerimos que esta aula contemple dois aspectos. Primeiro a revisão dos princípios aditivo e multiplicativo apresentados na aula anterior e, segundo, a introdução do conceito de permutação e a utilização deste conceito na resolução de exercícios.

- Revisão dos princípios aditivo e multiplicativo

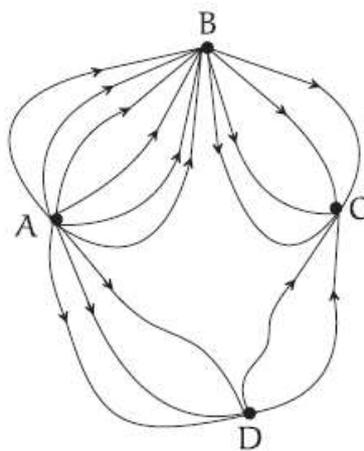
Este segundo encontro sobre contagem poderia começar com a resolução de exercícios de revisão dos princípios aditivo e multiplicativo, estudados no encontro anterior.

No encontro anterior, após a apresentação desses princípios, nos exercícios propostos não sugerimos misturar os dois princípios na resolução de um mesmo exercício. Para iniciar a aula de contagem deste segundo ciclo, o professor poderia sugerir a resolução de alguns exercícios que utilizam esses dois princípios, como os que estão sugeridos a seguir.

Exercício 1: (Fomin, capítulo 2) No País das Maravilhas existem três cidades A, B e C. Existem seis estradas ligando A a B e quatro estradas ligando B a C. De quantas maneiras é possível dirigir de A

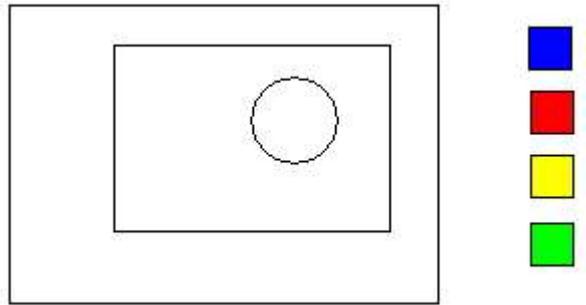


Exercício 2: (Fomin, capítulo 2) Foram construídas uma cidade nova D e diversas estradas novas no País das Maravilhas. E agora, de quantas maneiras é possível dirigir de A a C?

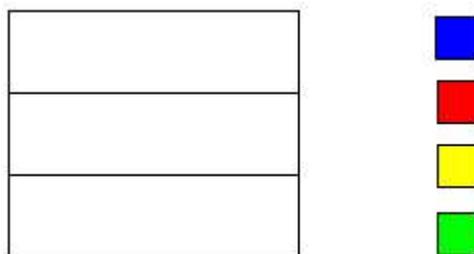


Exercício 3: (Fomin, capítulo 2) Vamos chamar um número natural de “todo-ímpar” se todos os seus algarismos forem ímpares. Quantos números todo-ímpares de três algarismos existem? E quantos são os números todo-ímpares de três algarismos distintos?

Exercício 4: (Apostila 2, exemplo 2, página 4) Quantas são as formas de pintar a bandeira a seguir utilizando 3 cores diferentes dentre 4 cores dadas?



Exercício 5: (Apostila 2, exemplo 3, página 5) Para pintar a bandeira abaixo, há 4 cores disponíveis. De quantos modos ela pode ser pintada de modo que faixas adjacentes tenham cores distintas?



Exercício 6: Sobre uma mesa estão 5 livros diferentes de matemática, 7 livros diferentes de física e 10 livros diferentes de química. De quantas maneiras diferentes podemos selecionar dois destes livros, com a condição de selecionar livros de matérias diferentes?

Exercício 7: De quantas maneiras podemos colocar dois carros diferentes em duas das seis vagas de um estacionamento?

Exercício 8: Uma sala de aula possui 12 moças (entre elas Ana, Bárbara e Clara) e 10 rapazes (entre eles Daniel e Emerson). De quantas maneiras diferentes podemos formar um casal sabendo que Ana, Bárbara e Clara não podem se juntar nem com Daniel e nem com Emerson?

Exercício 9: Deseja-se formar uma fila de três alunos escolhidos de uma sala com 8 meninas e 10 meninos. De quantos modos essa fila pode ser formada se as duas primeiras pessoas da fila são do mesmo sexo e a última pessoa da fila do outro sexo?

Exercício 10: (Apostila 2, exemplo 4, página 6) Quantos são os números de três algarismos distintos?

Exercício 11: (Apostila 2, exemplo 6, página 8) Quantos são os números pares de três algarismos distintos?

- Permutação

O professor pode desenvolver o estudo das permutações como ele está sugerido nos seguintes vídeos:

- 2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “princípios básicos de contagem” – Aula: “permutação simples” – Videoaula: [Fatorial e Permutação Simples](#)
- Canal picobmep no Youtube: [Contagem – vídeo 4](#)

Sugerimos que os professores assistam a esses vídeos e vejam como o conceito de permutação é introduzido a partir da resolução de alguns exercícios através do uso do princípio multiplicativo. A notação de fatorial é introduzida como um facilitador na hora de se apresentar um resultado de uma contagem típica: colocar n objetivos diferentes em fila.

No vídeo [Fatorial e Permutação Simples](#), do Portal da Matemática, são resolvidos os seguintes exercícios:

Exercício 12: De quantas formas se pode dispor 4 pessoas em fila indiana?

Exercício 13: Quantos são os anagramas da palavra MATRIZ?

Exercício 14: Considerando a palavra MATRIZ, determine o número de anagramas que:

- a) Começam por MA.
- b) Tenham as letras M e A juntas, nessa ordem.
- c) Tenham as letras M e A juntas.

No [vídeo 4](#) da parte de contagem do canal picobmep no Youtube são resolvidos os seguintes exercícios.

Exercício 15: De quantas maneiras podemos ordenar 5 objetos lado a lado?

Exercício 16: De quantas maneiras Aline, Bernardo e Carolina podem formar uma fila? E se incluirmos o Daniel na fila?

Exercícios 17: De quantas maneiras 6 moças e 6 rapazes podem formar pares para uma dança?

Exercícios 18: De quantas maneiras podemos colocar 6 homens e 6 mulheres em fila alternando sempre H-M-H-M-H-...? E para n homens e n mulheres?

Após introduzir o conceito de permutação e a notação de fatorial, o professor pode resolver mais exercícios, como aqueles que estão apresentados nas quatro videoaulas sobre resolução de exercícios de permutação do Portal da Matemática, 2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “princípios básicos de contagem” – Aula: “permutação simples”.

Para finalizar o estudo de permutação, apresentamos apenas três questões de provas anteriores da obmep que podem ser resolvidas com os conceitos estudados nesta aula. Para o próximo encontro apresentaremos uma coletânea de questões de contagem das provas da obmep para ser resolvida com os alunos.

Exercício 19: (OBMEP 2012 - N2Q16 – 1ª fase) Quantos são os números naturais entre 0 e 999 nos quais aparece pelo menos um algarismo 2 e nenhum algarismo 3?

- (a) 192
- (b) 204
- (c) 217
- (d) 225
- (e) 254

Exercício 20: (OBMEP 2012 - N1Q5 – 2ª fase) Vítor tem 24 cartões, sendo oito azuis, oito brancos e oito verdes. Para cada cor, ele numerou os cartões de 1 a 8.

- (A) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões azuis de modo que a soma de seus números seja igual a 9?
- (B) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?
- (C) De quantas maneiras Vítor pode escolher 3 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Exercício 21: (OBMEP 2011 - N2Q13 – 1ª fase) Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma mesma paisagem se repita?

- (a) Uma semana
- (b) Um mês
- (c) Dois meses
- (d) Quatro meses
- (e) Seis meses

