



COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – CMR

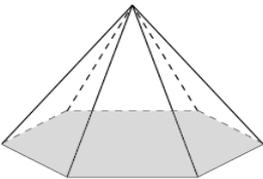
PIC – OBMEP NA ESCOLA

MATEMÁTICA

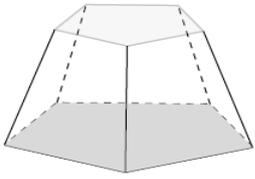
TEN RAUL BUENO

PERMUTAÇÃO COM ELEMENTOS REPETIDOS E CIRCULARES

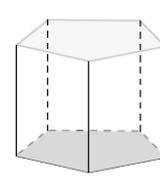


- De quantas maneiras podemos organizar uma roda com 7 crianças?
 - De quantos modos podemos posicionar 6 pessoas em uma roda, dentre elas João e Maria, de modo que João e Maria fiquem lado a lado?
 - De quantos modos podemos formar uma roda com 8 pessoas, contendo as pessoas A, B e C, de modo que:
 - As pessoas A, B e C fiquem juntas?
 - As pessoas A, B e C fiquem juntas e B fique entre A e C?
 - Queremos formar uma roda com 5 meninos e 5 meninas, de modo que meninos e meninas sejam colocados em posições alternadas. De quantos modos é possível fazer isso?
 - De quantos modos é possível fazer isso?
 - Se João e Maria estão no grupo, em quantos desses modos João e Maria não ficam juntos?
 - Para cada um dos sólidos da Figura 3, calcule o número de maneiras em que podemos colorir suas faces usando um conjunto de 7 cores, de modo que cada face receba uma cor diferente. Em cada caso, assuma que os polígonos que determinam as bases dos sólidos são regulares, e que as faces laterais são triângulos isósceles (no caso da pirâmide hexagonal), trapézios isósceles (no caso do tronco de pirâmide pentagonal) e retângulos (no caso do prisma pentagonal).
- 

(a) Pirâmide hexagonal.



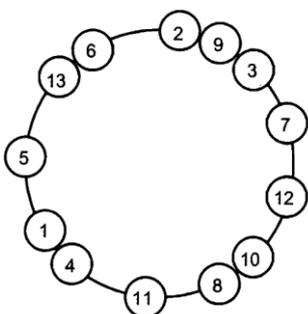
(b) Tronco de pirâmide pentagonal.



(c) Prisma pentagonal.
- Figura 3: sólidos.
- Usando n contas de n cores diferentes, quantos colares distintos e sem fecho podem ser montados?
 - Queremos organizar uma roda com cinco casais, de modo que cada marido fique ao lado de sua esposa. De quantos modos podemos fazer isso? E se adicionarmos a restrição de que pessoas do mesmo sexo não fiquem em posições vizinhas?
 - Cinco mulheres e seis homens devem ser distribuídos nas onze cadeiras de uma mesa redonda, de modo que as mulheres sentem-se em posições consecutivas. A posição absoluta das cadeiras não é importante, ou seja, apenas a posição relativa entre as pessoas interessa. De quantos modos essa distribuição pode ser feita?
 - Uma roda gigante possui 6 bancos de 2 lugares cada um. De quantas maneiras podemos distribuir 12 crianças nesses lugares.
 - Maria tem três restaurantes favoritos. Um deles é uma hamburgueria, outro é um restaurante italiano e o terceiro é um restaurante japonês. Ela acabou de conseguir um novo emprego e, para comemorar, pretende jantar em um desses restaurantes durante os próximos quatro dias. Como o restaurante japonês é o seu favorito, ela decidiu que irá exatamente duas vezes a ele e uma vez a cada um dos demais. De quantas formas ela pode escolher a ordem em que irá jantar nesses restaurantes?
 - Calcule o número de anagramas da palavra ABACATE.
 - Qual o número de anagramas da palavra COPACABANA?
 - Qual o número de anagramas da palavra CASA.
 - Qual o número de anagramas da palavra MISSISSIPI?
 - O bilhete da loteria esportiva consiste de uma tabela com 13 linhas e 3 colunas. Em cada linha temos os

nomes de dois times de futebol que irão jogar um contra o outro. Para cada linha, o apostador deve marcar um X em (exatamente) uma das três colunas, indicando se ele acredita que o jogo terminará em vitória, empate ou derrota para o time da casa. Certo apostador decidiu que irá preencher o cartão escolhendo 4 vezes a coluna da esquerda (vitória), 2 vezes a coluna do meio (empate) e 7 vezes a coluna da direita (derrota). De quantas formas ele poderá preencher o cartão?

16. Quantos são os números formados por exatamente 8 algarismos, escolhidos do conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$, onde o algarismo 1 aparece no máximo três vezes, o algarismo 2 aparece no máximo quatro vezes e os demais algarismos aparecem exatamente uma vez cada?
17. O diretor de uma escola possui 4 canetas azuis, 5 canetas vermelhas, 3 canetas pretas e 1 caneta laranja. Ele deseja ficar com uma delas e distribuir as demais para os 12 professores de Matemática de sua escola, entregando uma para cada um deles. As canetas de uma mesma cor são idênticas.
- (A) De quantos modos ele pode fazer a distribuição?
 (B) De quantos modos ele pode fazer isso caso ele queira ficar com uma caneta vermelha?
 (C) De quantos modos ele pode fazer isso se ele não quer ficar com uma caneta azul?
18. Um sapo está sobre uma reta. A cada pulo que ele dá, ele anda exatamente 15 cm para a direita ou 15 cm para a esquerda. Sabe-se que ele deu 10 pulos e retornou à sua posição original. Determine a quantidade de percursos distintos que ele pode ter percorrido.
19. Um “colar” consiste em um fio circular com diversas contas presas nele. É permitido girar o colar, mas não virá-lo de cabeça para baixo. Quantos colares diferentes podem ser feitos com 13 contas diferentes?



20. Formalmente, um anagrama de uma palavra ou frase é uma permutação das letras para formar uma palavra ou frase diferente. Em anagramas, os espaços e acentos são ao geralmente ignorados. Por exemplo, um anagrama de “anagrama” é “naga a ram”. Em matemática, e para este problema, usamos com frequência “anagrama” para significar qualquer permutação de letras em uma palavra, de modo que consideramos “aaaarngm” como sendo um anagrama de “anagrama”.

- (A) Quantos anagramas tem a palavra MOCINHA?
 (B) Você pode encontrar um anagrama que signifique um animal? Você pode encontrar outros que sejam palavras em português?
 (C) Decifre a frase a seguir onde as palavras corretas estão substituídas por seus anagramas: VALORES BRALEMPOS SACATOMITEM TEMERIANIDA.
 (D) Quantos anagramas tem a palavra CABRA?
 (E) E quantos tem a palavra BANANA?
21. Quantas soluções compostas apenas por números naturais possui a equação $x + y + z = 7$?
22. Quantas soluções compostas apenas por números inteiros positivos possui a equação $x + y + z = 7$?
23. Quantas soluções compostas apenas por números naturais possui a equação $x + y + z \leq 7$?
24. Uma aranha tem uma meia e um sapato para cada um de seus oito pés. De quantas maneiras diferentes a aranha pode se calçar admitindo que a meia tem que ser colocada antes do sapato?
25. Caminhando apenas sobre as linhas do reticulado, uma formiga parte de A e desloca-se até C, da seguinte forma:
- nas linhas horizontais, caminha somente para a direita;
 - nas linhas verticais caminha somente para cima.
- Nessas condições, de quantas maneiras distintas ela pode ir de A até C, parando em B para descansar?

