

## Aplicações de Congruência e Aritmética Modular

### O material que iremos usar é:

- Seções 4.5 e 4.6 da Apostila 1 da OBMEP, “Iniciação à Aritmética”, A. Hefez.  
<http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf>
- Vídeo aula (Portal da Matemática):  
<http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=63>

### Exercícios que discutiremos na aula:

- 1) Ache o resto da divisão por 6 do número 3 215 529.
- 2) Ache o resto da divisão por 7, 11 e 13 do número 3 215 529.
- 3) Mostre que  $10^i \equiv (-1)^i \pmod{11}$ , para todo natural  $i$ . Deduza este outro critério da divisibilidade por 11.
- 4) Mostre que todo número da forma  $13^{3n} + 17^{3n}$  é divisível por 45, quando  $n$  é ímpar.
- 5) Determine o resto da divisão por 4 do número:  
 $(45\,769\,834)^{532} \times (63\,876)^{1\,654} + (87\,987\,545)^{1\,345\,874} - 95\,973\,434$ .
- 6) Resolva a congruência  $3x \equiv 5 \pmod{11}$ .
- 7) Mostre que a equação  $x^3 + 21y^2 + 5 = 0$  não tem soluções inteiras para  $x$  e  $y$ .
- 8) Resolva:
  - a) Mostre que todo quadrado perfeito é cômputo a 0, 1 ou 4, módulo 8.
  - b) Mostre que não há nenhum quadrado perfeito na sequência: 2, 22, 222, 2222, 22222, ...
  - c) Mostre que não há nenhum quadrado perfeito na sequência: 3, 11, 19, ...,  $3x + 8$ , ...
- 9) Sabendo que  $2^4 = 16 \equiv -1 \pmod{17}$ , ache o resto da divisão de  $2^{30}$  por 17.