

CICLO 6 - ENCONTRO 1 - ARITMÉTICA (24/11/2016)

- Assuntos a serem abordados: **Aritmética 6** – Algoritmo de Euclides e cálculo de MDC, Aplicações de congruências, Aritmética Modular.

- Texto a ser estudado com os alunos: o professor deverá apresentar aos alunos os conteúdos:

- Seções 3.3, 3.8, 4.5 e 4.6 da Apostila 1 do PIC da OBMEP, “[Iniciação à Aritmética](#)”, A. Hefez.
- Encontro 4 da apostila “[Encontros de Aritmética](#)”, F. Dutenhefner, L. Cadar.
- [Banco de Questões da OBMEP](#), números diversos.
- Capítulo 3, Divisibilidade e Resto, seção 4, do livro *Círculos Matemáticos – A Experiência Russa* – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg.
- Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.
- [Provas da OBMEP](#).

- Videoaulas:

- 1) 6º Ano do Ensino Fundamental → Módulo: [Divisibilidade](#)
 - “Máximo Divisor Comum;”
 - “Propriedades de MDC;”
 - “Exercícios de MDC;”
- 2) Tópicos Adicionais → Módulo: “[Números naturais – Representação, Operações e Divisibilidade](#)”
 - “Divisores e MDC - Algoritmo de Euclides”.
- 3) Tópicos Adicionais → Módulo: “[Algoritmo de Euclides Estendido, Relação de Bézout e Equações Diofantinas](#)”
 - “ $\text{Mdc}(a,b)\text{mmc}(a,b)=ab$ ”
 - “ $\text{Mmc}(ca,cb)=c \text{mmc}(a,b)$, $\text{mdc}(ca,cb) = c \text{mdc}(a,b)$ ”.
- 4) Tópicos Adicionais → Módulo: “[Aritmética dos Restos](#)”
 - “Tabelas de multiplicação da Aritmética Modular;”
 - “Existência de inverso mod n ”;
 - “Unicidade da classe inversa”;
 - “Pode 10000 ser escrito como a soma de dois cubos perfeitos?”;
 - “Problemas com Congruências 1”;
 - “Problemas com Congruências 2”;
 - “Problemas com Congruências 3” e
 - “Problemas com Congruências 4”.

- **Exercícios a serem discutidos com os alunos:** o professor deverá discutir cerca de 8 problemas com os alunos. Esses problemas devem estar relacionados com os assuntos do presente encontro e podem ser selecionados dos [bancos de questões da OBMEP](#); de [provas da OBMEP](#); do livro *Círculos Matemáticos: A Experiência Russa*, D. Fomin, S. Genkin, I. Itenberg; das Apostilas do PIC da OBMEP “[Iniciação à Aritmética](#)” e “[Encontros de Aritmética](#)” F. Dutenhefner, L. Cadar; “Um Círculo Matemático de Moscou”, Sergey Dorichenko, etc.

PROBLEMAS PARA DEBATE EM AULA

Exercício 1. (a) Calcule o $\text{mdc}(1203;3099)$ usando uma fatoração simultânea e depois calcule este mdc usando a propriedade $\text{mdc}(a;b) = \text{mdc}(a;b-a)$.

(b) Calcule o $\text{mdc}(162, 372)$ de três maneiras diferentes.

Exercício 2. Determine o inteiro positivo n tal que os restos das divisões de 4933 e 4435 por n são respectivamente 37 e 19.

Exercício 3. Encontre $\text{mdc}(2^m - 1, 2^n - 1)$.

Exercício 4. Mostre que a equação $x^3 + 21y^2 + 5 = 0$ não tem soluções inteiras para x e y .

Exercício 5. a) Mostre que todo quadrado perfeito é côngruo a 0, 1 ou 4, módulo 8.

b) Mostre que não há nenhum quadrado perfeito na sequência: 2, 22, 222, 2222, 22222, ...

c) Mostre que não há nenhum quadrado perfeito na sequência: 3, 11, 19, ..., $3 + 8n$, ...

Exercício 6. Prove que, entre 52 inteiros quaisquer, existem dois cujos quadrados têm o mesmo resto na divisão por 100.