**Aula 01 (3° Encontro)**

**Solução dos exercícios**

**Solução do exercício 01**

O atleta mais veloz passará pela linha de largada pela primeira vez após 30 segundos, pela segunda vez após 60 segundos, pela terceira vez após 90 segundos, e assim por diante. Ou seja, este atleta passará pela linha de largada nos instantes que são múltiplos de 30.

M(30) = {30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, ...}

De modo análogo, vemos que o outro atleta passará pela linha de largada nos instantes que são múltiplos de 35.

M(35) = {35, 70, 105, 140, 175, 210, 245, 280, ...}

Portanto eles estarão juntos na linha de largada em todos os instantes que são múltiplos comuns de 30 e 35. Como queremos o primeiro instante que isto vai ocorrer, identificamos esse instante como o menor múltiplo comum de 30 e 35. Analisando o conjunto M(30) e M(35) vemos que o menor número que aparece nestes dois conjuntos é 210. Portanto, os dois atletas vão se encontrar pela primeira vez na linha de largada após 210 segundos de dada a largada, ou seja, a

pós 3 minutos e 30 segundos. Nesse instante o atleta mais veloz estará completando sete voltas pois:(210/30)=7 Enquanto o outro atleta, estará completando 6 voltas, pois: (210/35)=6.

**Solução do exercício 02**

1. Fatorando temos 15 = 3 x 5 e 25 = 5 x 5 = 5². Portanto o menor múltiplo comum de 15 e 25 é 75 = 3 x 5². Assim, os dois ônibus passarão juntos novamente no ponto a cada 75 minutos, ou seja, a cada 1 hora e 15 minutos. Logo, os ônibus passarão juntos novamente no ponto perto da casa de Quinzinho, às 7 horas e 30 minutos + 1 hora e 15 minutos = 8 horas e 45 minutos.
2. Para obter os horários em que os ônibus passarão juntos no ponto de ônibus perto da casa de Quinzinho, devemos ir somando de 1 hora e 15 minutos, obtendo 8 horas e 45 minutos, 10 horas, 11 horas e 15 minutos, 12 horas e 30 minutos, 13 horas e 45 minutos, 15 horas, 16 horas e 15 minutos, 17 horas e 30 minutos, 18 horas e 45 minutos, 20 horas, 21 horas e 15 minutos, 22 horas e 30 minutos e 23 e 45 minutos. O próximo ônibus só passa depois da meia noite.

**Solução do exercício 03**

Se m é um múltiplo de a, então existe um numero n tal que m=n . a=n . 2³ . 5 . 7²

Isto implica que na fatoração de m deve ter a forma, m=2^x . 5^y . 7^z . n, em que x é maior ou igual a 3, y é maior ou igual a 1 e z é maior ou igual a 2 e n é qualquer numero natural. Daí segue que, entre os números dados, somente em (a), (d) e (e) encontramos o múltiplo de a.

**Solução exercício 04**

Para utilizar apenas números inteiros, em vez de considerar metros como unidade de comprimento, vamos utilizar decímetros. Assim, o terreno retangular possui 128 dm de comprimento por 96 dm de largura.

Vamos supor que a superfície retangular seja coberta por m x n placas quadradas, sendo m faixas horizontais (no sentido do comprimento) e n faixas verticais (no sentido da largura da superfície retangular). Deste modo, se d é o comprimento do lado de cada placa quadrada, vemos que n x d = 128 e m x d = 96, de modo que d é um divisor comum de 128 e 96. Para conseguir descobrir a superfície retangular com a menor quantidade de placas é necessário considerar placas de maior tamanho possível. Assim, podemos concluir que d é o máximo divisor comum de 128 e 96. Daí d = mdc(128, 96) = 32 e, portanto, cada placa quadrada tem 32 dm = 3,2 m de lado. Mais ainda, como n = 128/32 = 4 e m = 96/32 = 3, vemos que a superfície retangular deve ser coberta por 4 x 3 = 12 placas quadradas.



**Solução do exercício 05**

1. Não é divisível, pois tem resto igual a 5
2. É múltiplo de 7, pois 253 x 7 = 1771
3. Por 7 não é divisível pois tem resto igual a 6 e por nove é divisível
4. qualquer numero da tabuada do sete que vc pegar e somar com 6 não será multiplo de sete, pois tem resto
5. não, pois 100 = 7 . 14 +2, logo 7 . a +100 = 7 (a+14) +2, portanto não é divisível.

**Solução exercício 06**

990 = 2 . 3^2 . 5 . 11

$$\frac{11 !}{990 }= \frac{11 . 10 . 9 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3. 2. 1}{2. 3^{2}.5. 11}\rightarrow \frac{10. 8 . 7 . 6 . 4. 3. 1}{1}=número inteiro$$

Portanto n! = 11!

 **Solução exercício 07**

D(a) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}

D(b) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}

D(b – a) = {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}

Calculando os divisores comuns: $D\left(a\right)∩D\left(b\right)=\left\{1, 2, 3, 6\right\}=D\left(a\right)∩D\left(b-a\right)$

As propriedades que acabamos de verificar implicam que os divisores comuns de a e b são iguais aos divisores de a e b – a. Em particular, o maior divisor comum de a e b é igual ao maior divisor comum de a e b – a. Ou seja, acabamos de verificar a seguinte propriedade.

Propriedades: se a e b são números naturais como a<b, então o mdc(a,b) = mdc(a,b – a). (Este teorema também está demonstrado no vídeo 9.) Esta propriedade permite ir reduzindo sucessivamente o calculo do mdc de dois números ao calculo do mdc de números cada vez menores. E como a única conta que deve ser feita é uma subtração, este método é mais fácil de ser aplicado do que os métodos anteriores, quando tínhamos que fatorar os números dados.

**Solução do exercício 08**

Entre esses números encontramos os números 9 8 7 4 6 5 4 3 2 1 e 9 8 7 6 5 4 3 1 2, que diferem por 9, de modo que o MDC divide 9. Por outra lado, 9 certamente divide todos os números pelo critério de divisibilidade por 9. Logo a resposta é 9.

**Solução do exercício 09**

A maior quantidade de números 1 que podemos deixar é 1007. Primeiro vamos mostrar como obtê-los. Para isso, basta tomar os pares de números consecutivos (1, 2), (3,4), (5,6), ..., (2013,2014) e realizar a operação em cada par. Sabendo que números consecutivos não tem fator comum, cada um dos máximos divisores comum será 1.

Não é possível obter mais do que isso pois a quantidade de números pares não se altera no decorrer das operações. Isso ocorre pois, se operamos com dois números pares, teremos como resultado dois números pares, se operarmos com dois números impares, teremos como resultado dois números impares e se operarmos com um numero par e um número impar obteremos também um numero par e um numero impar. Começamos com 1007 números pares e sempre teremos 1007 números impares.