**Solução - aula 01 (4° Encontro)**

**Algoritmo da divisão e analise dos restos.**

**Solução do exercício 01**

N = Números que procuramos, o resto será sempre menor que o divisor, logo o número maior será 6.

N = 7 x 4 + 6

N = 28 + 6

N = 34.

**Solução do exercício 02**

Seja a um número natural qualquer, onde a é o dividendo e 8 é o divisor, q é o quociente e r é o resto. Temos que:

r = 2 x q

logo, a = 8q + r

a = 8q + 2q

a = 10q

isto é, os naturais que quando divididos por 8 deixam resto igual ao dobro do seu quociente são os múltiplos de 10.

**Solução do exercício 03**

1. Uma volta completa em torno da pista tem extensão de 13km. Por isso, para percorrer 14km, é preciso percorrer a pista inteira e mais 1km. A única forma de percorrer 1km respeitando-se o sentido da corrida é começando em A e terminando em B. Portanto a corrida deve começar em A, dar uma volta completa e terminar em B.
2. Como 100 = 7 x 13 + 9, uma corrida de 100km corresponde a dar 7 voltas completas na pista e percorrer mais 9km. A única forma de percorrer 9km respeitando-se o sentido da corrida é começando em A e terminando em D. Portanto a corrida deve começar em A, dar 7 voltas completas e terminar em D.
3. Como sugerido nos itens anteriores, a solução do problema está baseada na ideia de “dar uma certa quantidade de voltas” sem exceder o comprimento da corrida e depois localizar trechos convenientes para percorrer a “distancia restante”. Do ponto de vista matemático, este procedimento corresponde a efetuar o algoritmo de divisão com divisor igual a 13. Por uma inspeção direta, pode-se verificar que é possível executar qualquer corrida com comprimento igual a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ou 12km. Se a corrida tem comprimento um múltiplo qualquer de 13km, podemos começar num ponto, dar um certo o número de voltas, e voltar para o mesmo ponto de partida. E se a corrida tem um comprimento maior que 13, efetuamos a divisão desde numero por 13. O quociente corresponde ao numero de voltas e o resto é um pedaço de uma volta de comprimento igual a 1km até 12km, que sempre pode ser percorrido, como comentamos anteriormente. Por exemplo, se a extensão da corrida é 109 = 8 x 13 + 5, ela deve começar no posto D, dá 8 voltas completas retornando em D e percorrer o trecho de D até B, que tem 5km.

**Solução do exercício 04**

Vamos representar por a o dividendo e b o divisor. Como o resto é o maior possível, então ele deve ser igual a (b – 1), que é o maior possível. Daí obtemos a = 16b + (b – 1), ou seja, a = 17b – 1. Como a soma de a + b = 125 obtemos:

(17b – 1) + b = 125

18b = 125 + 1

b = 126/18

b = 7.

Portanto divisor é b = 7, o dividendo é:

a = 17b – 1 = 118, o quociente é 16 e o resto é 6.

**Solução do exercício 05**

Podemos chegar à resposta que queremos utilizando a propriedade distributiva:

a(b + c ) = ab + ac , acompanhe o seguinte desenvolvimento:

163 + 360 = (7 x 23 + 2) + (7 x 51 + 3) = 7 x (23 + 51) + (2 + 3) = 7 x 74 + 5.

Nesta igualdade, identificamos imediatamente o número 5 como o resto da divisão de 163 + 360 por 7. Portanto, nesse exemplo, vemos que para calcular o resto da divisão da soma de 163 + 360 por 7, basta somar os resto das divisões dos números 163 e 360 por 7.

**Solução do exercício 06**

1. Sim, pois 7n + 7m = 7 x (n + m).
2. O resto é 3, pois, sempre que escrevemos um número na forma 7q + r, sendo r um número de 0 até 6, este r é o resto da divisão do número dado por 7. Isto é a definição do resto de uma divisão.
3. Como 10 = 7 + 3, o número dado é a soma de dois múltiplos de 7 com 3. Portanto o resto da divisão deste número por 7 é 3.
4. Dividindo 93 por 7 obtemos o quociente igual a 13 e resto 2. Daí o número 7 x 41 + 93 é igual a soma de dois múltiplos de 7 com 2. E, portanto, o resto da divisão deste número por 7 é igual a 2.
5. O número 7 x 81 é múltiplo de 7 e de 9. Então precisamos somente analisar os restos das divisões de 8 por 7 e por 9. Estes restos são respectivamente 1 e 8.
6. O resto é 1 + 3 = 4.
7. O resto e 4, pois 5 + 6 = 11, que deixa resto 4 quando é dividido por 7.

**Solução do exercício 07**

503 + 418 = 921, não é divisível por 8, pois tem resto igual a 1 na divisão.

503 x 418 = 210254, não é divisível por 8, pois tem resto igual a 6 na divisão.

503 – 418 = 85, não é divisível por 8, pois tem resto igual a 5 na divisão.

**Solução do exercício 08**

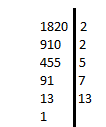
1. 7 x 38 = 266, 266 + 5 = 271, não é divisível por 7, pois tem resto igual a 5 na divisão.
2. 7 x 241 = 1687, 1687 + 84 = 1771, é divisível por 7, pois não existe nenhum resto.
3. Para b sendo múltiplo de 7, isto é: b = 7 x m.

Logo, 7a + b = 7a + 7m = 7 (a + m).

1. Como vimos no item anterior, b é múltiplo de 7.

**Solução do exercício 09**

Fazendo o MMC de 1820, dividindo somente por números primos temos:



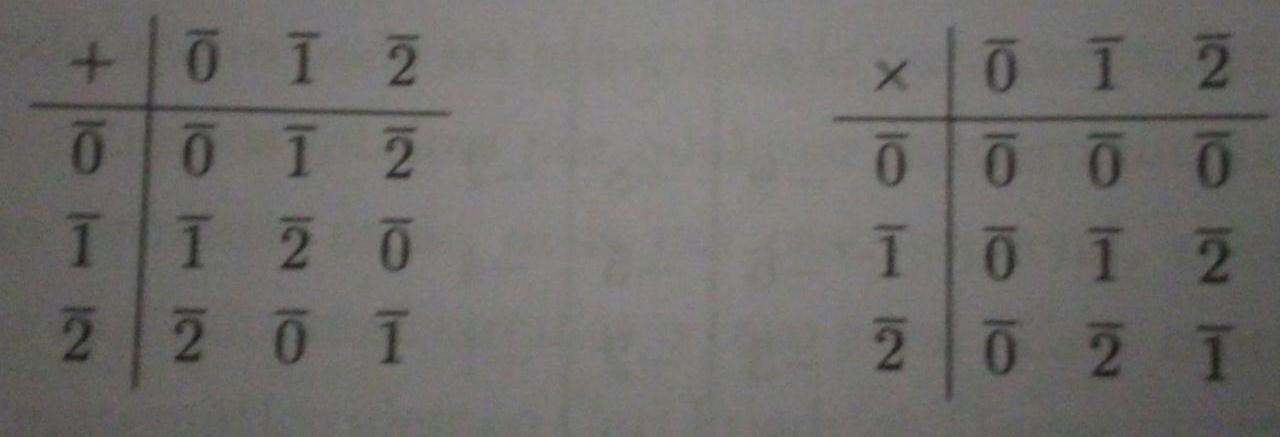
Obtemos então 1820 = 2^2 x 5 x 7 x 13.

**Solução do exercício 10**

1. 2^9 = 512, 512 x 3 = 1536, é divisível por 2, pois não existe resto na divisão.
2. 1536 não é divisível por 5, pois existe resto igual a 1 na divisão.
3. 1536 é divisível por 8, pois não existe resto na divisão.
4. 1536 não é divisível por 9, pois existe resto igual a 6 na divisão.
5. 1536 é divisível por 6, pois não existe resto na divisão.
6. Sim. De fato, a decomposição de um número natural que é divisível por 4 tem que conter pelo menos dois fatores iguais a 2. Como o número também é divisível por 3, a decomposição contem pelo menos um fator 3. Portanto, nosso numero tem que ser divisível por 3 x 2 x 2 = 12.
7. Não. Por exemplo, o número 12 pode servir como um contraexemplo. A razão é que, se um número for divisível por 4, então sua decomposição tem que conter pelo menos dois fatores iguais a 2; se o mesmo numero for divisível por 6, isto significa que sua decomposição contém 2 e 3. Portanto, podemos ter certeza que sua decomposição tem dois fatores iguais a 2 (mas não necessariamente 3) e um igual a 3, de modo que só podemos garantir a divisibilidade por 12.
8. Não, pois 3 não aparece na decomposição de A e, portanto, não pode aparecer na decomposição de 2ª.
9. Sim. Já que ambos 2 e 3 aparecem na decomposição de 3 A.
10. Não. Por exemplo, A poderia ser igual a 2. A razão é que o numero 3,que é um dos fatores primos do numero 6, também pertence á decomposição do numero 15. Então só podemos garantir que A é par.

**Solução do exercício 11**

Primeiramente, observe as tabelas dos restos da divisão por 3.



Observe que:

4 = 3 x 1 + 1 e que 32 = 3 x 10 + 2

Logo, 4^100 + 32 ^30 = 1^100 + 2 ^30 = 1^100 + (2^2)^15 = 1^100 + 1^15 = 1 + 1 = 2.

**Solução do exercício 12**

1. Como o algarismo das unidades do numero 2A5 é 5, os possíveis algarismos das unidades para o produto dos números 2A5 e 13B é 0 ou 5. Como esse produto é múltiplo de 36, que é par, o produto também é par. Logo seu ultimo algarismo não pode ser 5, logo, é 0.
2. Como 2A5 é ímpar e o produto de 2A5 e 13B é par, segue que 13B deve ser par; porém, como o produto também é múltiplo de 4 (já que é múltiplo de 36), e como o fator 2A5 não é múltiplo de 4, segue que o fator 13B tem que ser múltiplo de 4, isto é, o numero 13B tem que ser múltiplo de 4. Logo as únicas possibilidades para B são os algarismos 2 ou 6, já que 30, 34 e 38 não são divisíveis por 4.
3. Uma vez que B = 6 ou B = 2, podemos obter o maior valor possível de 2A5 x 13B, testando os valores de A, do maior para o menor.

Se A = 9 e B = 6, 295 x 136 = 40120, não é múltiplo de 36.

Se A = 9 e B = 2, 295 x 132 = 38940, não é múltiplo de 36.

Se A = 8 e B = 6, 295 x 136 = 38760, não é múltiplo de 36.

Se A = 8 e B = 2, 295 x 136 = 37620 é múltiplo de 36.

**Solução do exercício 13**

https://www.youtube.com/watch?v=gB0nRZHI4Wg