

CICLO 3 - ENCONTRO 2 - CONTAGEM (01/09/2016)

- Assuntos a serem abordados: **Contagem 3** - Aplicações do princípio multiplicativo – permutações. Probabilidade

- Texto a ser estudado com os alunos: o professor deverá apresentar aos alunos os conteúdos:

1. Capítulos 1, 2 e 3 da Apostila do PIC da OBMEP “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

2. Material Teórico do Portal da Matemática “Módulo Introdução à Probabilidade – O que é probabilidade? – parte 1”, Fabrício Siqueira Benevides.

http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/c2fd8cb3r7woo.pdf

3. Material Teórico do Portal da Matemática “Permutação simples”, 2º Ano – Módulo de Princípios Básicos de Contagem.

<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material/gvxznzlixqps0w.pdf>

4. “Módulo de Princípios Básicos de Contagem – O fatorial de um número e as permutações simples” de Fabrício Siqueira Benevides.

http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/295819wtm9og8.pdf

5. Banco de Questões da OBMEP, números diversos.

6. Capítulo 2 do livro Círculos Matemáticos – Experiência Russa – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg.

7. Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.

8. Provas da OBMEP.

- Videoaulas:

2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “[Princípios Básicos de Contagem](#)”

- “Fatorial e Permutações Simples”,
- “Exercícios sobre Permutações Simples – Parte 1”,
- “Exercícios sobre Permutações Simples – Parte 2”,
- “Exercícios sobre Permutações Simples – Parte 3”,
- “Exercícios sobre Permutações Simples – Parte 4”,

TÓPICOS ADICIONAIS – Módulo [Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC](#)

- “Aula 4 – Estudo das permutações”,
- “Aula 14 – Probabilidade”,
- “Aula 15 – Resolução de Exercícios: Probabilidade”,
- “Aula 16 – Resolução de Exercícios: Probabilidade”.

2º Ano do Ensino Médio – Módulo: “[Introdução à Probabilidade](#)”

- “Probabilidade – Introdução – Parte 01”,
- “Probabilidade – Introdução – Parte 02”,
- “Probabilidade – Introdução – Parte 03”,
- “Probabilidade – Probabilidade em espaço amostral finito e equiprovável”,
- “Probabilidade – Exercícios – Parte 01”,
- “Probabilidade – Exercícios – Parte 02”,
- “Probabilidade – Exercícios – Parte 03”,
- “Probabilidade – Ferramentas Básicas – Parte 01”,
- “Probabilidade – Ferramentas Básicas – Parte 02”,
- “Probabilidade – Ferramentas Básicas – Exercícios – Parte 01”,
- “Probabilidade – Ferramentas Básicas – Exercícios – Parte 02”,
- “Probabilidade – Ferramentas Básicas – Exercícios – Parte 03”,
- “Probabilidade – Ferramentas Básicas – Exercícios – Parte 04”.

- Exercícios a serem discutidos com os alunos: o professor deverá discutir cerca de 8 problemas com os alunos. Esses problemas devem estar relacionados com os assuntos do presente encontro e podem ser selecionados dos bancos de questões da OBMEP; de provas da OBMEP; do livro “Círculos Matemáticos: A Experiência Russa”, D. Fomin, S. Genkin, I. Itenberg; dos capítulos 1, 2 e 3 da Apostila do PIC da OBMEP “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho; “Módulo de Princípios Básicos de Contagem – O fatorial de um número e as permutações simples”, Fabrício Siqueira Benevides; “Módulo Introdução à Probabilidade – O que é probabilidade? – parte 1”, Fabrício Siqueira Benevides, etc.

PROBLEMAS PARA DEBATE EM AULA

Exercício 1. Considere a palavra CONTAGEM. Determine o número de anagramas que

- começam com A e terminam com E.
- começam com A ou terminam com E.
- começam e terminam com vogal.
- têm a letra T antes da letra M (por exemplo, a própria palavra CONTAGEM).

Exercício 2. De quantas maneiras podemos costurar uma bandeira com três faixas horizontais de mesma largura e cores diferentes se tivermos tecidos de seis cores diferentes? Podemos distinguir a parte de cima da parte de baixo.

Exercício 3. Há 1 002 balas de banana e 1 002 balas de maçã numa caixa. Lara tira, sem olhar o sabor, duas balas da caixa. Se q é a probabilidade de as duas balas serem de sabores diferentes e p é a probabilidade de as duas balas serem do mesmo sabor, qual é o valor de $q - p$?

Exercício 4. Manuel é um matemático que gosta de jogos de cartas. Ele encontra os irmãos Jonas e Jonatan durante uma viagem de ônibus e propõe um jogo. Serão usados apenas os quatro ases do baralho, o de copas e o de ouros são vermelhos enquanto o de espadas e o de paus são pretos.



Manuel será o banco e os dois irmãos, um de cada vez, apostarão 1 real contra ele em cada rodada. As cartas são postas viradas com face para baixo. Jonas escolhe uma carta e Jonatan a vira para cima. Jonas escolhe mais uma carta e Jonatan novamente a vira. Se as duas cartas tiverem a mesma cor, então Jonas ganha 1 real de Manuel. Caso contrário, Manuel ganha 1 real de Jonas. Em seguida, Jonas e Jonatan trocam de posição e o jogo segue. Veja que Manuel não mexe nas cartas, por isto não pode manipular o jogo. Jonatan pensa um pouco e conclui que tem probabilidade de $\frac{2}{3}$ de vencer, pois os resultados são apenas duas cartas vermelhas, duas pretas ou uma vermelha e uma preta. Será mesmo?

(a) Jonas já participou de olimpíadas de matemática e decidiu tomar mais cuidado. Ele decidiu analisar este jogo usando uma árvore de possibilidades. Como ficaria a árvore de possibilidades de Jonas?

(b) Considerando os resultados da árvore do item anterior, qual a probabilidade de Manuel vencer cada rodada do jogo?

Exercício 5. Palíndromos são números inteiros positivos que são lidos da mesma forma, tanto da esquerda para direita como da direita para a esquerda. Por exemplo: 8143418, 34211243, 787 e 444 são palíndromos. Qual a probabilidade de obter um número palíndromo, sorteando-se um número de quatro algarismos de forma equiprovável (dentre os números de quatro algarismos).

Exercício 6. Numa urna são depositados n etiquetas, numeradas de 1 a n . Três etiquetas são sorteadas sem repetição. Qual a probabilidade de os números sorteados serem consecutivos.