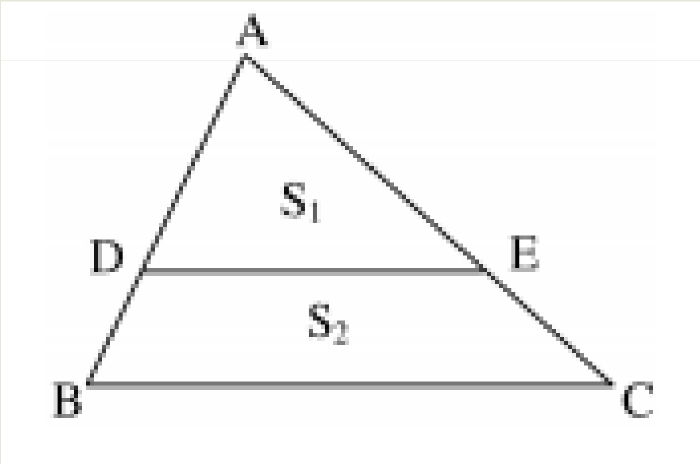
OBMEP – Ciclo 3, Encontro 3

GEOMETRIA
Teorema Pitágoras – Exercícios Extra

Márcio A. Silva
malexslv@hotmail.com

Exercício Extra 1

Na figura a seguir:



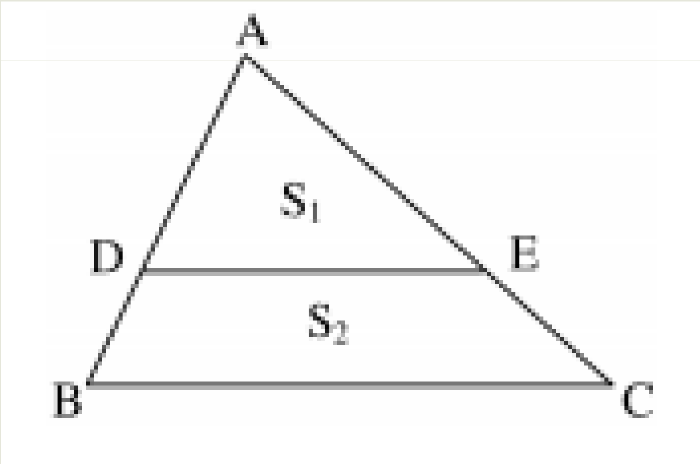
$$AD = \frac{2}{3} AB$$

$$AE = \frac{2}{3} AC$$

O segmento DE divide o triângulo em duas partes: um triângulo de área S1 e um trapézio de área S2. Qual destas duas áreas é maior?

Fonte: Apostila 3 do PIC da OBMEP, "Teorema de Pitágoras e Áreas", E. Wagner, pág. 47
http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf

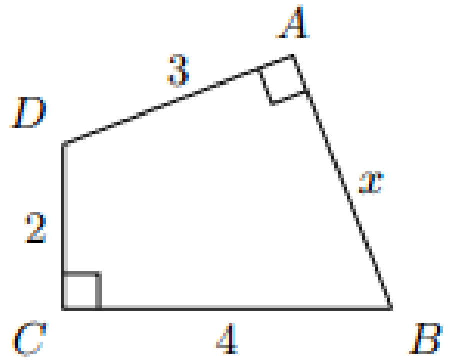
Resposta Extra 1



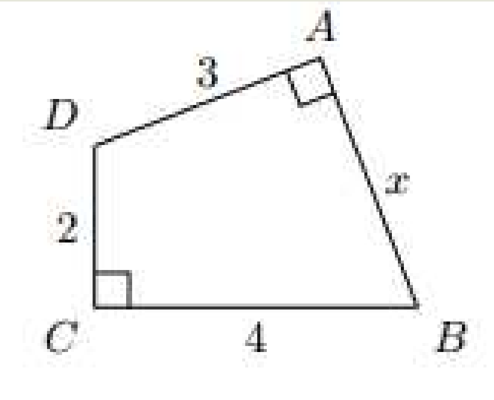
A razão de semelhança entre os triângulos ADE e ABC é AD/AB = 2/3. Então, a razão entre suas áreas é (2/3)2 . Se S é a área do triângulo ABC, então S1/S = 4/9. Logo, S1 é menor que a metade de S e, portanto, S2 é maior que a metade de S. Daí, S2 > S1.

Exercício Extra 2

Exemplo 3: Na figura a seguir, o quadrilátero $ABCD$ possui dois ângulos retos. Determine o comprimento do lado AB.



Resposta Extra 2



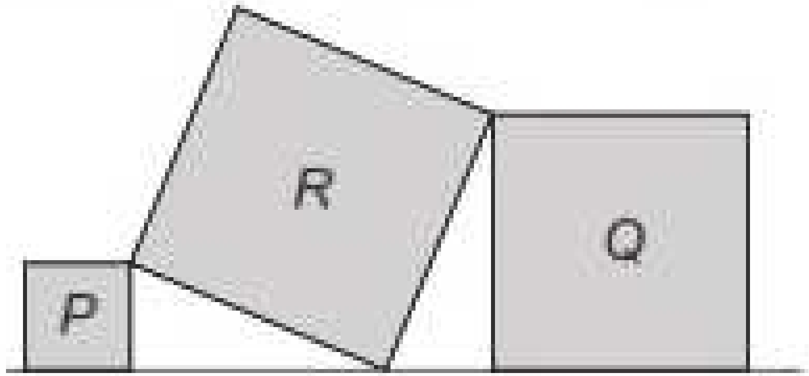
Solução. Trace o segmento BD e seja y o comprimento deste segmento. Observe que o quadrilátero $ABCD$ é a união de dois triângulos retângulos BCD e ABD. Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo BCD obtemos $y^2 = 2^2 + 4^2$, ou seja, $y^2 = 20$. Agora, aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo ABD, obtemos $y^2 = x^2 + 3^2$. Daí, $x^2 = y^2 - 9 = 20 - 9 = 11$ e portanto $x = \sqrt{11}$.

Exercício Extra 3

Prova 1ª Fase 2016 - Nível 3 - Questão 3

3. Na figura, as áreas dos quadrados P e R são iguais a 24 cm² e 168 cm², respectivamente. Qual é a área do quadrado Q?

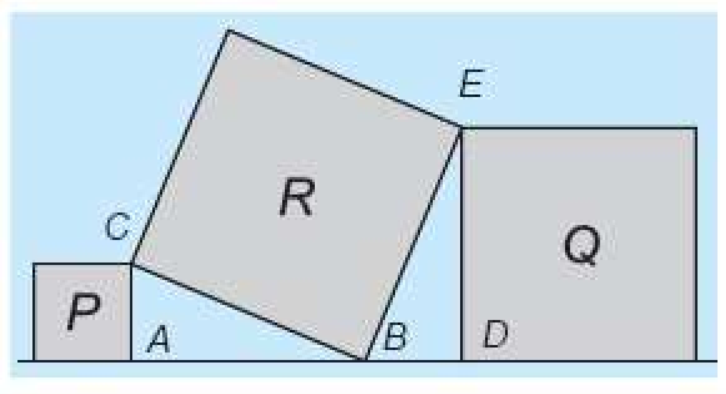
A) 96 cm²
B) 100 cm²
C) 121 cm²
D) 144 cm²
E) 156 cm²



Ciclo 3, Encontro 3.
Geometria: Teorema de Pitágoras – Exercícios Extra

Resposta Extra 3

Prova 1ª Fase 2016 - Nível 3 - Questão 3



ALTERNATIVA D

Primeiramente observe que os triângulos *ABC* e *DEB* são congruentes e, portanto, o segmento *AB* tem a mesma medida do lado *DE* do triângulo *Q*. Utilizando o Teorema de Pitágoras no triângulo *ABC*, temos que área de *R* = área de *P* + área de *Q*.

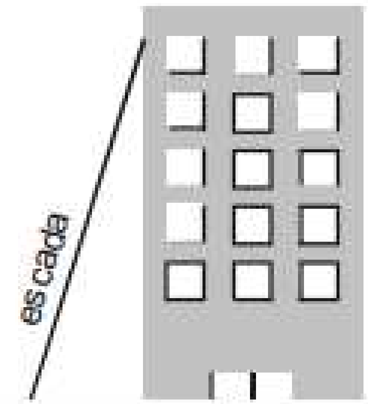
Portanto, a área de *Q* é 168 – 24 = 144 cm².

Exercício Extra 4

Prova 1ª Fase 2005 - Nível 3 - Questão 17

17. O topo de uma escada de 25 m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4 m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?

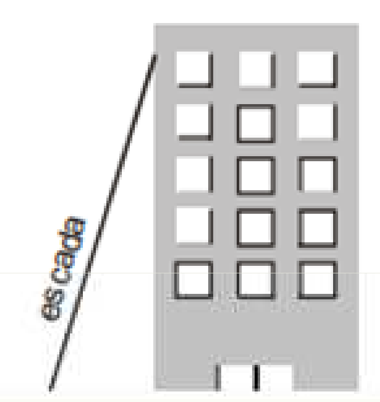
(A) 4 m
(B) 8 m
(C) 9 m
(D) 13 m
(E) 15 m



Ciclo 3, Encontro 3.
Geometria: Teorema de Pitágoras – Exercícios Extra

Resposta Extra 4

Prova 1ª Fase 2005 - Nível 3 - Questão 17



Solução

(alternativa **B**)

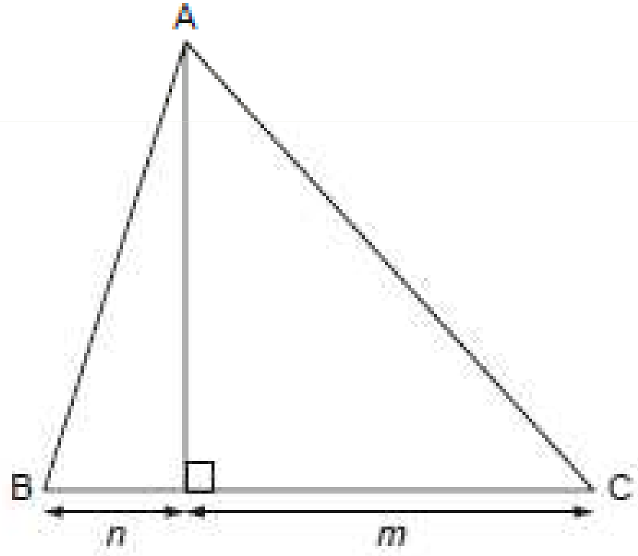
Considere o triângulo retângulo cuja hipotenusa é a escada que mede 25 m, um dos catetos é o segmento ligando o pé da escada à base do edifício, que mede 7 m, e o outro cateto é o segmento da parede do edifício que une o topo da escada ao solo. O comprimento x deste último cateto pode ser calculado imediatamente a partir do Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 7^2 + x^2$ e obtemos $x = 24$ m. Quando o topo da escada escorrega 4 m para baixo, obtemos um novo triângulo retângulo, cuja hipotenusa mede 25 m e um dos catetos mede $24 - 4 = 20$ m. O outro cateto y deste triângulo é determinado, outra vez, pelo Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 20^2 + y^2$ e segue que $y = 15$ m. Logo, o deslocamento do pé da escada será de $15 - 7 = 8$ m.

Exercício Extra 5

Prova 1ª Fase 2006 - Nível 3 - Questão 19

19. No triângulo ABC, o comprimento dos lados AB, BC e CA, nessa ordem, são números inteiros e consecutivos. A altura relativa a BC divide este lado em dois segmentos de comprimentos m e n, como indicado.

Quanto vale $m - n$?



(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 6

Resposta Extra 5

Prova 1ª Fase 2006 - Nível 3 - Questão 19

Solução

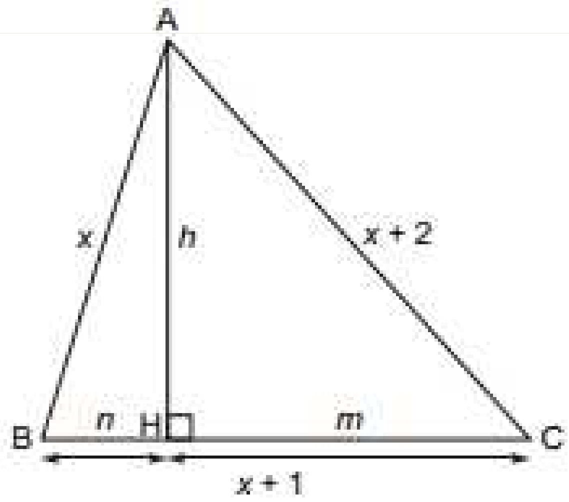
(alternativa D)

Colocando $AB = x$ temos $BC = x + 1$ e $AC = x + 2$. Seja $AH = h$ a altura relativa a BC. Aplicando o Teorema de Pitágoras aos triângulos ABH e AHC obtemos $n^2 + h^2 = x^2$ e $(x + 2)^2 = m^2 + h^2$. Segue que $h^2 = x^2 - n^2$ e $h^2 = (x + 2)^2 - m^2$, donde $(x + 2)^2 - m^2 = x^2 - n^2$, ou seja, $(x + 2)^2 - x^2 = m^2 - n^2$.

Usando a identidade $a^2 - b^2 = (a - b)\ (a - b)$ obtemos então

$$(x + 2 - x)\ (x + 2 + x) = (m - n)\ (m + n)$$

Como $m + n = x + 1$ segue que $2(2x + 2) = (m - n)\ (m + n)$, segue que, donde $4(x + 1) = (m - n)\ (x + 1)$. Como $x + 1 \neq 0$ podemos dividir ambos os membros desta última expressão por $x + 1$ e obtemos finalmente $m - n = 4$.



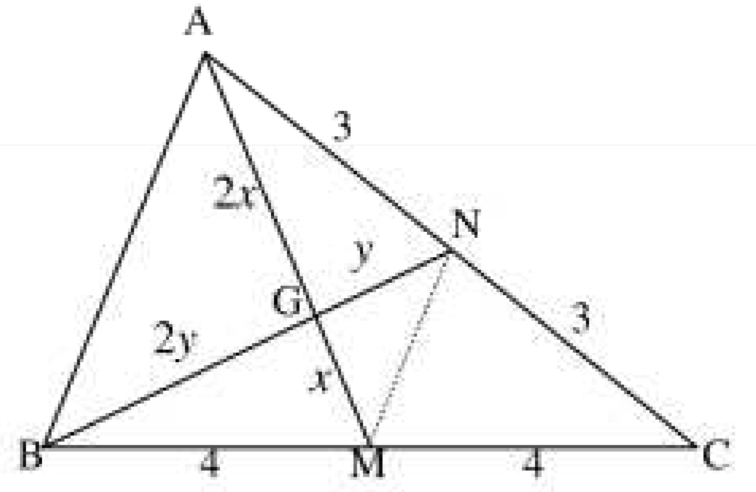
Ciclo 3, Encontro 3.
Geometria: Teorema de Pitágoras – Exercícios Extra

Exercício Extra 6

Em um triângulo ABC, as medianas que partem de A e B são perpendiculares. Se BC = 8 e AC = 6, calcule AB.

Fonte: Apostila 3 do PIC da OBMEP, "Teorema de Pitágoras e Áreas", E. Wagner, pág. 20
http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf

Resposta Extra 6



$4x^2 + y^2 = 9$ $\qquad$ $x + 4y = 16$

Sejam M e N os pontos médios dos lados BC e AC, respectivamente. As medianas AM e BN cortam-se no baricentro, que divide cada mediana na razão 2/1. Observando a figura ao lado, vamos aplicar o Teorema de Pitágoras nos triângulos AGN e BGM.

Somando e simplificando obtemos $x^2 + y^2 = 5$, ou seja, $MN = \sqrt{5}$ e, portanto, $AB = 2\sqrt{5}$.