COMBINAÇÃO SIMPLES

Dado o conjunto $\{a_1, a_2, a_3, \dots a_n\}$, com n objetos distintos, podemos formar subconjuntos com p elementos. Cada subconjunto com i elementos é chamado **combinação simples**.

Representamos por $C_{n,\ p}$, o numero de combinações de n objetos tomados p a p. Por exemplo:

- As combinações simples de 3 dos 4 objetos a1, a2, a3, a4 são:

$\{a_1, a_2, a_3\}$, $\{a_1, a_2, a_4\}$, $\{a_1, a_3, a_4\}$, $\{a_2, a_3, a_4\}$

Assim: $C_{4,\ 3}$

Analisando essa resposta: a escolha do 1° elemento da combinação pode ser feita de 4 modos; a do 2°, de 3 modos e a do 3°, de 2 modos. A resposta parece ser 4 x 3 x 2 = 24. Entretanto, se pensarmos em uma combinação, por exemplo:

$\{a_1, a_2, a_3\}$

Verificamos que as combinações: $\{a_1, a_2, a_3\}$, $\{a_1, a_3, a_2\}$ e $\{a_2, a_1, a_3\}$ etc. são idênticas e foram contadas como se fossem diferentes. Portanto na resposta 24 estamos contando cada combinação uma vez para cada ordem de escrever seus elementos.

Como em cada combinação os elementos podem ser escritos em P3 = 3! = 6, cada combinação foi contada 6 vezes. Logo a resposta é 24/6 = 4

Genericamente temos:

$$C_{n,p} = \frac{n(n-1)\dots(n-p-1)}{p!}, 0 \leq \mathrm{p} \leq \mathrm{n}$$

Multiplicando o numerador e o denominador por (n – p)! temos:

$$C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)}, 0 \leq \mathrm{p} \leq \mathrm{n}$$