

Programa de Formação dos Professores Habilitados e dos Alunos de Licenciatura

OBMEP na Escola e PIC 2016

Grupo N2 – Ciclo 3

1ª semana: terceiro encontro de formação entre professores, alunos de licenciatura e coordenador

- Assuntos a serem abordados:

Aritmética 3: MDC e MMC (via fatoração)

Contagem 3: Aplicações do princípio multiplicativo – permutações.

Geometria 3: O Teorema de Pitágoras

- Material a ser estudado pelo professor:

Os textos e videoaulas sugeridos a seguir devem ser abordados pelo Coordenador e seus Colaboradores (professores ou alunos de graduação). Esses materiais são balizadores para a preparação das aulas e elaboração de discussões técnicas envolvendo os professores habilitados ou alunos de graduação, quando de suas atuações frente aos seus alunos.

Aritmética 3:

- Textos:

1. Seções 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, L. Cadar. e F. Dutenhfner. (<http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>)

2. Seções 3.3 e 3.7 da Apostila 1 da OBMEP, “Iniciação à Aritmética”, A. Hefez. (<http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf>)

3. [Banco de Questões da OBMEP](#), números diversos.

4. Capítulo 3 (pág. 24 trata de aspectos teóricos e págs. 25 e 26 apresenta problemas relacionados ao tema) do livro Círculos Matemáticos – A Experiência Russa – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg

5. Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.

6. [Provas da OBMEP](#).

- Vídeos

1. Acesse o [Canal do PIC](#) no youtube, na sala [Aritmética](#) e assista aos vídeos:

- [Aritmética – Aula 8 – Múltiplos, Divisibilidade e MMC;](#)
- [Aritmética – Aula 9 – Divisores e MDC – Algoritmo de Euclides](#)
- [Aritmética - Aula 10 - Números primos - Teorema Fundamental da Aritmética](#)

2. Acesse o Portal da Matemática através do link [MDC e MMC](#) e assista aos vídeos:
 - Máximo Divisor Comum;
 - Propriedades de MDC;
 - Exercícios MDC;
 - Mínimo Múltiplo Comum;
 - Propriedades de MMC;
 - Exercícios de MMC.

Contagem 3:

-Textos:

1. Capítulo 1 da Apostila 2 do PIC da OBMEP, “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho.
<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>
2. Material Teórico do Portal da Matemática “O fatorial de um número e as permutações simples”, 2º Ano – Módulo de Princípios Básicos de Contagem, Fabrício Siqueira Benevides.
http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/295819wtm9og8.pdf
3. Material Teórico do Portal da Matemática “Permutação simples”, 2º Ano – Módulo de Princípios Básicos de Contagem.
<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material/gvxnzlixqps0w.pdf>
4. [Banco de Questões da OBMEP](#), números diversos.
5. Capítulo 2 do livro Círculos Matemáticos – A Experiência Russa – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg.
6. Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.
7. [Provas da OBMEP](#).

-Vídeos:

1. [Portal da Matemática: TA - Módulo de Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC](#)
 - Videoaula: Aula 4 – Estudo das permutações.
2. [Portal da Matemática: 2º Ano do Ensino Médio – Módulo de Princípios Básicos de Contagem](#).
 - Fatorial e permutação simples;
 - Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 1;
 - Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 2;
 - Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 3;
 - Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 4;

Geometria 3:

- Textos:

1. Capítulo 1 e Capítulo 3 da Apostila 3 do PIC da OBMEP, “Teorema de Pitágoras e Áreas”, E. Wagner.
<http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>
2. Seção 8.2 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Geometria – Parte 1”, L. Cadar.e F. Dutenhefner.
<http://www.obmep.org.br/docs/Geometria.pdf>
3. Artigo “Mania de Pitágoras”, em RPM - Edição Especial PIC2007, pág. 34.
http://www.obmep.org.br/docs/rpm_pic2007.pdf
4. Portal da Matemática: 9o Ano do Ensino Fundamental – Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales: Caderno de exercícios “*Relações Métricas no Triângulo Retângulo*”, apenas a Seção 1- Exercícios Introdutórios, a qual trata somente do teorema de Pitágoras.
<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material/c0o2s8pxftsgk.pdf>
5. [Banco de Questões da OBMEP](#), números diversos.
6. Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.
7. [Provas da OBMEP](#).

- Vídeos:

1. [Canal PIC OBMEP no YouTube](#):
 - 1.1 [Teorema de Pitágoras e Aplicações](#)
 - [Aula 1 – 1ª Demonstração: uma demonstração sem contas](#)
 - [Aula 2 – 2ª Demonstração: calculando área de duas maneiras diferentes](#)
 - [Aula 5 – Relações métricas simples](#)
 - [Aula 6 – Uma propriedade dos retângulos](#)
 - [Aula 7 – A volta do Teorema de Pitágoras](#)
 - [Aula 10 – Uma generalização do Teorema de Pitágoras e o Problema das Lúnulas de Hipócrates](#)
 - 1.2 [Construções geométricas com régua e compasso](#)
 - [Aula 13 - Segmento medindo raiz de n](#)
2. [Portal da Matemática: 9o Ano do Ensino Fundamental – Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales: Relações Métricas no Triângulo Retângulo](#)
 - Relações Métricas no Triângulo Retângulo – Parte 1 (somente as discussões relativas ao teorema de Pitágoras).

2ª semana: encontro entre professores e alunos

- Assunto a ser abordado: Aritmética 3 – Estudo do MDC e MMC (via fatoração).
- Estudos a serem desenvolvidos com os alunos: antes da realização do encontro, é importante que o professor tenha lido os materiais impressos, englobando aspectos teóricos e exercícios, bem como tenha assistido a todos os vídeos anteriormente indicados. Incentive os seus alunos a fazerem o mesmo. O professor deverá apresentar, via a metodologia da resolução de problemas, aos seus alunos os conteúdos presentes nas seções 3.1 a 3.5 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, L. Cadar. e F. Dutenhefner. Observe que os conceitos de MDC e MMC são formalmente tratados nas seções 3.1 e 3.2; o cálculo de MDC e MMC, através de uma dada fatoração, é trabalhado nas seções 3.3 e 3.4 e, na seção 3.5, encontram-se vários problemas relacionados. Para complementar os estudos, as seções 3.3 e 3.7 da Apostila 1 do PIC da OBMEP, “Iniciação à Aritmética”, A. Hefez, deve ser utilizada explorando o relacionamento entre os dois conceitos.
- Exercícios a serem discutidos com os alunos: deverá ser abordado de 6 a 8 problemas durante o encontro presencial. Esse número poderá ser ampliado caso o professor considere viável. Esses problemas devem estar relacionados com MDC e MMC, estando em conformidade com os textos ou vídeos-aulas de Aritmética acima descritos. Para exemplificar, iremos indicar quatro problemas e convidamos o professor a selecionar o restante:

(I) Problema 5, capítulo 3, autor D. Fomin e outros (texto sugerido 4, página 25).

Encontre o menor número natural n tal que $n!$ é divisível por 990.

Solução: A resposta encontra-se na página 237, do livro “Círculos Matemáticos – A Experiência Russa”. É importante o professor introduzir o significado da notação fatorial e exercitar alguns cálculos associados ao assunto com os alunos (ver Círculos Matemáticos – A Experiência Russa, página 14).

(II) Problema SJ3.9, referente ao “Conjunto de Problemas SJ3”, do autor S. Dorichenko (texto sugerido 5, página 243).

Considere todos os inteiros com nove algarismos distintos (em base decimal), todos diferentes de 0. Encontre o MDC de todos eles.

Solução: A resposta encontra-se na página 247, do livro “Um Círculo Matemático de Moscou”. É importante que o professor explore as propriedades envolvendo MDC e divisibilidade de maneira a trazer entendimento à resposta 9.

(III) Banco de Questões da OBMEP 2015 - nível 3, questão 28 (texto sugerido 3, página 56).

Em uma lousa são escritos os 2014 inteiros positivos de 1 até 2014. A operação permitida é escolher dois números a e b , apagá-los e escrever em seus lugares os números $\text{mdc}(a,b)$ e $\text{mmc}(a,b)$. Essa operação pode ser feita com quaisquer dois números que estão na lousa, incluindo os números que resultaram de operações anteriores. Determine qual a maior quantidade de números 1 que podemos deixar na lousa.

Sugestão: Trabalhe com pares de números consecutivos.

Solução: A solução encontra-se no Banco de Questões 2015, página 157. Observe que essa questão se associa a paridade (ciclo 1) e seria interessante destacar, junto aos alunos, essa correlação.

(IV) Problema 21, seção 3.5 da apostila “Encontros de Aritmética”, L.Cadar e F. Dutenhofner (texto sugerido 1, página 83).

No ponto de ônibus perto de sua casa, Quinzinho pode pegar os ônibus de duas linhas para ir à escola. Os ônibus de uma linha passam de 15 em 15 minutos e os da outra linha de 25 em 25 minutos, sendo que às 7h30min da manhã os ônibus das duas linhas passam juntos.

a) A que horas passarão juntos novamente?

b) Entre as 7h30min da manhã e a meia noite, quais são os horários em que os ônibus passam juntos nesse ponto perto da casa de Quinzinho?

Solução: A resposta encontra-se na página 84 da referida apostila. É importante o professor enfatizar a importância da fatoração em primos para a efetivação do cálculo pretendido.

3ª Semana: encontro entre professores e alunos.

-Assunto a ser abordado: **Contagem 3** - Aplicações do princípio multiplicativo – permutações.

- Estudos a serem desenvolvidos com os alunos: antes da realização do encontro, é importante que o professor tenha lido os materiais impressos, englobando aspectos teóricos e exercícios, bem como tenha assistido a todos os vídeos anteriormente indicados. Incentive os seus alunos a fazerem o mesmo. Vale ressaltar que a Apostila “Métodos de Contagem e Probabilidade” já foi utilizada nos ciclos anteriores e nela foram apresentados os aspectos teóricos associados aos princípios de contagem. Destacamos que o nosso foco de interesse nesse ciclo é direcionar o aluno para o estudo de permutações sem o uso de fórmulas. Desejamos que os exercícios sejam abordados como uma consequência direta do uso do princípio multiplicativo, mostrando claramente que se trata de um caso particular desse princípio. Observe que o material presente no Portal da Matemática (ver referências 2 e 3) são boas fontes de consulta complementares. Observe que o texto “Círculos Matemáticos – Experiência Russa” aborda o assunto de uma forma genérica, ou seja, listando problemas em um mesmo ambiente que utilizam permutações simples, com repetições ou circulares (ver capítulo 2). Nesse sentido, devemos estar atentos para que nesse ciclo 3 apenas estejamos trabalhando com permutações simples.
- Exercícios a serem discutidos com os alunos: observe que no Portal da Matemática, referências 2 e 3 acima, existem exercícios classificados como: exercícios introdutórios; de fixação e de aprofundamento / exames. É interessante divulgar junto aos alunos a existência desse material, ele apresenta uma classificação de exercícios que poderá estimular o desenvolvimento gradativo dos estudos, dosando os graus de dificuldade enfrentados quando da resolução dos mesmos. O professor, no mínimo e na medida do possível, deverá discutir com os seus alunos de 6 a 8 exercícios, conforme a sua disponibilidade de tempo. Para auxiliar a seleção desses exercícios apresentamos as sugestões que seguem:

(I) **exercício 02**, presente na vídeoaula do **Portal da Matemática**, “Aula 4 – Estudo de Permutação”, conforme referência 1 dos vídeos de contagem;

(II) **exercício 07 (referente a exercícios de fixação)**, presente no **Portal da Matemática**, seção Textos, conforme referência 3 dos textos de contagem;

(III) **problema 4.6 (somente o item a), página 9, no livro “Um Círculo Matemático de Moscou”, S. Dorichenko**. A resposta encontra-se na página 78 do referido livro. Observe que em outros itens do mesmo exercício encontram-se anagramas com letras repetidas, o estudo dessas situações devem ser evitadas no momento, isso irá ocorrer futuramente.

(IV) **problema 5.9 (somente os itens a e b), página 12, no livro “Um Círculo Matemático de Moscou”, S. Dorichenko**. A resposta encontra-se na página 85 do referido livro.

(V) **problema 16, página 15, no livro “Círculos Matemáticos - A Experiência Russa”, D. Fomin e outros, capítulo 2**. A solução é feita logo a seguir do enunciado.

4ª Semana: encontro entre professores e alunos

- Assuntos a serem abordados: **Geometria 3** – Teorema de Pitágoras.

- Textos a serem estudados com os alunos: antes da realização do encontro, é importante que o professor tenha lido os materiais impressos, englobando aspectos teóricos e exercícios, bem como tenha assistido a todos os vídeos anteriormente indicados. Incentive os seus alunos a fazerem o mesmo. A referência (1) na parte de textos de geometria, Apostila 3 – Teorema de Pitágoras e Áreas, explora aspectos teóricos e exercícios sendo deve ser explorada pelo professor com ressalvas nesse ciclo. Fique atento para apresentar somente as demonstrações / argumentações geométricas do Teorema de Pitágoras, evitando o uso de congruência ou semelhança de triângulos, esses conteúdos serão vistos futuramente. A referência (2), apostila “Encontros de Geometria”, é um material complementar interessante, com exercícios mais introdutórios, e podendo ser um material de referência inicial conforme os seus alunos demonstrem dificuldades de compreensão dos conceitos. Observe que os vídeos sugeridos detalham tecnicamente demonstrações, construções e exemplos modelos. Logo, recomendamos que sejam efetivamente assistidos por todos. Como leitura complementar a capacitação do professor é sugerido o artigo “Mania de Pitágoras”, presente na Revista do Professor de Matemática (RPM), Edição Especial PIC2007, pág. 34, cujo link encontra-se em (3).
- Exercícios a serem discutidos com os alunos: seguindo a mesma dinâmica anterior, espera-se que o professor proponha e discuta de 6 a 8 exercícios com os seus alunos relacionados com o tema em foco. Esses problemas devem abranger o Teorema de Pitágoras, incluindo eventuais generalizações deste resultado. Se possível, como ação complementar, algumas relações métricas ou construções geométricas podem ser superficialmente tratadas com os alunos, como é o caso dos materiais presentes nos vídeos [Aula 5 – Relações métricas simples](#) e [Aula 13 - Segmento medindo raiz de n](#). A seguir apresentaremos um conjunto de sugestões de exercícios que podem ser abordadas pelo professor:

(I) relativamente ao livro “Um Círculo Matemático de Moscou”, S. Dorichenko, seguem duas questões.

(a) **problema 17.7** – enunciado na página 39, com solução presente na página 153;

(b) **problema 23.10** – enunciado na página 51, com solução presente na página 184;

(II) relativamente a referência (4), Portal da Matemática: 9o Ano do Ensino Fundamental – Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales: Caderno de exercícios “Relações Métricas no Triângulo Retângulo”, apenas a Seção 1- Exercícios Introdutórios, seguem três questões:

(a) **problemas 1, 3 e 4.**

(III) exercícios modelos resolvidos no vídeo do youtube : [Aula 6 – Uma propriedade dos retângulos.](#)

(IV) questão 19, Provas da OBMEP, prova de nível 3 - 1ª Fase, OBMEP 2006, encontrada no link

<http://www.obmep.org.br/provas.htm>.