11) A primeira mulher pode escolher sua posição de 10 modos. A segunda, de 8 modos. As outras, de 6, de 4 e de 2 modos. O primeiro homem, de 5 modos. Os demais, de 4, de 3, de 2 e de 1. A resposta é 10×8×6×4×2×5×4×3×2×1 = 460 800.

12) O tabuleiro de 64 casas possui 4 casas de canto (vértices), 24 casas laterais que não são vértices e 36 casas centrais. Cada casa de canto possui 3 casas adjacentes; cada lateral possui 5 casas adjacentes e cada central possui 8 casas adjacentes. Vamos contar separadamente os casos que ocorrem conforme o rei negro ocupe uma casa de canto, lateral ou central. Se o rei negro ocupar uma casa de canto, haverá 4 posições para o rei negro e 60 posições para o rei branco, pois das 64 casas do tabuleiro uma estará ocupada, e as 3 a ela adjacentes não poderão ser ocupadas pelo rei branco. Haverá, portanto, 4×60 = 240 modos de dispor os reis. Se o rei negro ocupar uma casa lateral que não seja de canto, haverá 24 posições para o rei negro e 58 posições para o rei branco, pois das 64 casas do tabuleiro uma estará ocupada e as 5 a ela adjacentes não poderão ser ocupadas pelo rei branco. Haverá, portanto, 24 × 58 = 1 392 modos de dispor os reis. Se o rei negro ocupar uma casa central, haverá 36 posições para o rei negro e 55 posições para o rei branco, pois das 64 casas do tabuleiro uma estará ocupada, e as 8 a ela adjacentes não poderão ser ocupadas pelo rei branco. Haverá, portanto, 36 × 55 = 1 980 modos de dispor os reis. Portanto, a resposta é 240 + 1 392 + 1 980 = 3 612. Se os reis fossem iguais, a resposta seria a metade da resposta anterior, 1 806.

13) Note que no caso em que são permitidas repetições, a condição de a letra A figurar na palavra é terrível, pois ela pode figurar uma só vez, ou duas etc... Por isso, é melhor contar todas as palavras do alfabeto e diminuir as que não têm A e as que começam por A. A resposta é $26^5 - 25^5 - 26^4$ = 1 658 775. No caso sem repetição, pode-se contar diretamente: há 4 modos de escolher a posição do A, 25 modos de escolher a letra da primeira casa restante, 24 para a segunda casa restante etc. A resposta é 4 × 25 × 24 × 23 × 22 = 1 214 400. Pode-se também repetir o raciocínio do caso com repetição:

$$26×25×24×23×22−25×24×23×22×21−1×25×24×23×22 = 1\,214\,400.$$

14) Há 26 modos de escolher cada letra e 10 modos de escolher cada algarismo. A resposta é $26^3 + 10^4$= 175 760 000.

15) Os passageiros que preferem se sentar de frente podem fazê-lo de 5×4×3×2 = 120 modos; os que preferem se sentar de costas podem fazê-lo de 5 × 4 × 3 = 60 modos; os demais podem se colocar nos lugares restantes de 3×2×1 = 6 modos. A resposta é 120 × 60 × 6 = 43 200.

16) (a) O algarismo 0 aparece nas unidades 222 vezes, nos números 10, 20, 30, . . . , 2 200. Aparece nas dezenas 220 vezes, nos números 10x, 20x, . . . , 220x. Aparece nas centenas 200 vezes, nos números 10xy e 20xy. A resposta é 222 + 220 + 200 = 642.

(b) Contamos os números com algum algarismo igual a 0, descontando do cálculo anterior o que houver sido contado indevidamente. O 0 aparece nas unidades 222 vezes, nos números 10, 20, 30, . . . , 2 200. Das 220 vezes em que aparece nas dezenas devemos descontar o total dos números do conjunto

$$\{10x, 20x, \ldots, 220x \,;\, x = 0\},$$

que é 22. Das 200 vezes em que aparece nas centenas devemos descontar o total dos números do conjunto {10xy, 20xy ; x = 0 ou y = 0}, que é 2 × (9 + 9 + 1) = 38. A resposta é

$$222 + (220 - 22) + (200 - 38) = 222 + 198 + 162 = 582.$$

Outra solução: O algarismo 0 aparece nas unidades 222 vezes, nos números 10, 20, 30, . . . , 2 200. Faltam os números dos conjuntos {10x, 20x, . . . , 220x ; x 6= 0} e {10xy, 20xy ; x 6= 0 e y 6= 0}. O primeiro tem 22×9 = 198 números, e o segundo, 2×9×9 = 162 números. A resposta é 222 + 198 + 162 = 582.

17) O mais simples é fazer todos os números menos aqueles em que o 5 não figura. A resposta é 9×10×10×10−8×9×9×9 = 3 168.

18) Para formar uma coleção, você deve decidir quantas Veja farão parte da coleção etc. A quantidade de revistas Veja pode ser escolhida de 6 modos (0, 1, 2, 3, 4, 5). A de Época, de 7 modos. A de Isto É, de 5 modos. O número de coleções é 6×7×5 = 210. O número de coleções não vazias é 209.

19) A solução está errada. É possível que a mesma cor tenha sido escolhida para as faixas extremas. Neste caso, o número de 59 possibilidades de escolha para a cor da faixa central é 3, e não 2. Logo, para esta ordem de pintura não é possível aplicar diretamente o Princípio Multiplicativo.

20) O casal João e Maria foi considerado diferente do casal Maria e João. Isso é devido ao fato de termos trabalhado com o conceito de primeira pessoa do casal. Por isso a resposta encontrada é o dobro da resposta real.

21) Há dois tipos de peças: as formadas por números iguais (que são 7: de 0−0 até 6−6) e as formadas por um par de números distintos. Destas, há $7 \times 6/2 = 21$ peças. O total é 28. Se os números forem até 8, o número de peças é $9 + 9 \times 8/2 = 45$.

22) Cada retângulo corresponde a escolher 2 linhas e 2 colunas entre as 9 linhas e colunas de separação das casas. As duas linhas podem ser escolhidas de $9 \times 8/2 = 36$ modos. O número de possibilidades para as colunas é o mesmo. Logo, o número total de retângulos é $36 \times 36 = 1\,296$.