**Propriedades Importantes:**

**Prop.1)** A área de um triângulo não se altera quando sua base permanece fixa e o terceiro vértice percorre uma reta paralela à base.

**Prop.2)** Em um triângulo, uma mediana divide sua área em partes iguais.

*OBS: Quando duas figuras possuem mesma área, dizemos que elas são Equivalentes*.

**Prop.3)** Se dois triângulos têm mesma altura, então a razão entre suas áreas é igual à razão entre suas bases.

**Prop.4)** A razão entre as áreas de triângulos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança.

*OBS: a razão entre as áreas de figuras semelhantes quaisquer é igual ao quadrado da razão de semelhança.*

* Após o estudo sobre Geometria, responda.

(Questões retiradas de provas da 1ª fase da OBMEP em diversos anos.)

1. O triângulo equilátero ABC da figura é formado por 36 triângulos equiláteros menores, cada um deles com área 1. Qual é a soma das áreas dos quatro triângulos amarelos?





1. A figura mostra um retângulo de área 720 cm², formado por nove retângulos menores e iguais. Qual é o perímetro, em centímetros, de um dos retângulos menores?





1. Na figura, ABCD é um paralelogramo e o segmento EF é paralelo a AB. Qual é a soma das áreas dos triângulos sombreados?

Para achar a soma das áreas dos triângulos, basta calcular a área do paralelogramo *ABCD* e subtrair as áreas dos trapézios *ABFE* e *CDFE*. Seja *h* a altura do trapézio *ABFE*; sua área é então AB+EF/2h= 3h cm². Como a altura do paralelogramo *ABCD* é 4 cm, a altura do trapézio *CDFE* é 4 − *h* e sua área é CD+EF/2(4-h)=12-3h cm². A área do paralelogramo *ABCD* é 16 cm2; a soma das áreas dos triângulos é então 16 − (3*h* +12 − 3*h*) = 4 cm².



1. Na figura o retângulo ABCD tem área 40 cm². Os pontos P, Q, R e S são pontos médios dos lados do retângulo e T está no segmento RS. Qual é a área do triângulo PQT?





1. A figura mostra um polígono ABCDEF no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto G está sobre o lado CD e sobre a reta que passa por A e E. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é a área do polígono ABCG ?

A área pedida é igual à área do polígono *ABCDEF* menos a soma das áreas dos triângulos retângulos *AEF* e *DEG*. A área do triângulo *AEF* é = = 3 cm².Vamos agora calcular a área do triângulo *DEG*. Para calcular *DE* prolongamos *EF* até o ponto *H*, obtendo assim os retângulos *ABHF* e *CDEH*. Como os lados opostos de um retângulo são iguais, segue que *DE* = *CH* = *CB* - *BH* = 6 - *AF* = 6 - 3 = 3.Como os lados *AF* e *DE* são paralelos, então *EÂF* = *GÊD*. Além disso *AF* = *ED*, logo os triângulos *AEF* e *DEG* são congruentes (caso ALA) e portanto, têm a mesma área. A área do retângulo *ABHF* é *AD* x *AF* = 8 x 3 = 24 cm2, e a do retângulo *CDEH* é *DE* x *CD* = 3 x (*AB* - *EF*) = 3x(8 - 2) = 18 cm2 . Portanto a área procurada é 24 + 18 - 2 x 3 = 36 cm². Alternativamente, a área do trapézio *ABCG* cuja altura é *BC* = 6 e cuja as bases são *AB* = 8 e *CG* = *CD* - *GD* = 6 -2 = 4 pode ser calculada diretamente. Portanto a área é 8+4/2 x 6 = 36 cm².



1. A figura abaixo é formada por hexágonos regulares e triângulos equiláteros. Sua área total é 154 cm². Qual é a área da região sombreada?





1. Um quadrado de papel de 20 cm de lado, com a frente branca e o verso cinza, foi dobrado ao longo das linhas pontilhadas, como na figura. Qual é a área da parte branca que ficou visível?

A figura mostra os comprimentos de alguns segmentos ao longo da sequência de dobras. Ao final, vemos que a região branca é um retângulo de lados de comprimento 4 cm e 8 cm; sua área é então 4x 8=32cm²



1. A figura representa um retângulo de 120 m² de área. Os pontos M e N são os pontos médios dos lados a que pertencem. Qual é a área da região sombreada?

 Na figura ao lado o quadrilátero *AMCN* é um paralelogramo, pois tem os lados *AM* e *NC* paralelos e iguais. Em particular, *AN* e *MC* são paralelos; logo, os ângulos assinalados em *M e N* têm a mesma medida. Além disso, os ângulos assinalados em *O* são iguais, pois são opostos pelo vértice; além disso temos, OP=OQ pois *O* é o centro do retângulo. Segue pelo critério ALA que os triângulos *OMP* e *ONQ* são congruentes. A área do quadrilátero *CPQN* é então igual à área do triângulo *CMN*, que por sua vez é igual a da área do retângulo, ou seja, igual a ¼ da área do retângulo, ou seja, 1/4x120 = 30 m².

