

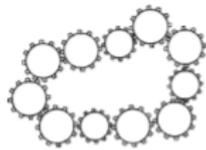
Atividades parte 2

1. Podemos desenhar um caminho fechado com 9 segmentos de reta, cada um dos quais intersecta exatamente um dos outros segmentos?

Solução: Se tal caminho fechado fosse possível, então poderíamos dividir em pares os segmentos de reta, formando pares de segmentos que se intersectam. Mas então o número de segmentos teria que ser par.

Vamos destacar o ponto central nesta solução: se pudermos dividir em pares um conjunto de objetos, então o conjunto tem um número par de objetos.

2. Onze engrenagens estão colocadas em um plano, arrumadas em uma cadeia como ilustrado na figura a seguir. Todas as engrenagens podem rodar simultaneamente?



Solução: Não, pois suponha que a primeira engrenagem gira no sentido horário. Então a segunda tem que girar no sentido contrário, anti-horário, a terceira no sentido horário novamente, a quarta no sentido anti-horário, e assim por diante. É claro que as engrenagens "ímpares" têm que girar no sentido horário, enquanto as "pares" têm que girar no sentido anti-horário. Mas, então, a primeira e a décima primeira engrenagens têm que girar no mesmo sentido. Isto é uma contradição.

3. Em um quartel existem 100 soldados e, todas as noites, três deles são escolhidos para trabalhar de sentinela. É possível que após certo tempo um dos soldados tenha trabalhado com cada um dos outros exatamente uma vez.

Solução: Não é possível. Escolha um soldado ao acaso. Em cada noite que trabalha, ele está em companhia de dois outros soldados. Como 99 é ímpar, não podemos formar pares de soldados sempre diferentes para trabalhar com o escolhido.

4. É possível trocar uma nota de 25 rublos em dez notas com valores 1, 3 ou 5 rublos?

Solução: Não é possível. Esta conclusão baseia-se em uma observação simples: a soma de um número de par de números ímpares é par. Uma generalização deste fato é a seguinte: a paridade de uma soma de diversos números só depende da paridade do número de parcelas ímpares. Se existir um número ímpar (respectivamente, par) de parcelas ímpares, então a soma será ímpar (respectivamente, par).